

## 物性物理学 C 第 1 回レポート

提出期限: 2009 年 12 月 1 日 (火) 講義開始時

提出先: 理学部 2 号館 402 号室 (北畑)

以下の問題から 3 題以上を選んで解答しなさい。

### I. ミクロカノニカル分布を用いて理想気体の自由膨張を考える。

- (a) 粒子数  $N$ 、体積  $V$ 、内部エネルギー  $E$  のときの状態数  $W$  を求めなさい。ただし、気体分子の質量を  $m$ 、プランク定数を  $h$  とする。
- (b) (a) の結果を用いて、体積が  $V$  から  $\alpha V$  に自由膨張したときのエントロピーの増分  $\Delta S$  を計算しなさい。

### II. 1次元ランダムウォークにおいて、左右のサイトに移動する確率が異なる場合を考える。

$$x_{i+1} = x_i + \xi_i$$

ただし、

$$\xi_i = \begin{cases} 1 & (\text{確率 } p) \\ -1 & (\text{確率 } 1-p) \end{cases}$$

このときの  $\langle x_n \rangle$ 、 $\langle x_n^2 \rangle$  を計算しなさい。

### III. 1次元系での拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

を考える。  $t = 0$  での  $u$  のプロファイルが

$$u(x, t = 0) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

のとき、 $u$  の時間発展  $u(x, t)$  を求めなさい。ただし、講義中に求めた Green 関数を用いてよい。

### IV. 2次元の拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \nabla^2 u = D \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) u$$

の Green 関数を求めなさい。ただし、Green 関数は  $t = 0$  で  $u(x, y, t = 0) = \delta(x)\delta(y)$  を初期条件とする解である。

## V. ランジュバン方程式

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} + \xi(t)$$

において、粒子の質量が十分に小さいときには、左辺を無視することにより、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\gamma} \xi(t)$$

となる。この方程式に関して、 $\langle x(t) \rangle$ 、 $\langle x(t_1)x(t_2) \rangle$ 、 $\langle (x(t) - x(0))^2 \rangle$  をそれぞれ求めなさい。ただし、ノイズ  $\xi(t)$  は時間相関がないとする。すなわち、

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2M\delta(t - s)$$

である。

VI. 次にあげる内容のうち一つを選び、計算機を用いて数値計算を行った結果を示しなさい。ただし、どのようにプログラムを作ったかのアルゴリズムについても簡単に記述すること。

- (a) ランダムウォーク
- (b) ランジュバン方程式
- (c) 拡散方程式
- (d) 問 V にあるランジュバン方程式で粒子の質量を 0 とした方程式

VII. 次にあげるキーワードのうち一つを選び、その内容をできるだけ詳しく説明しなさい。

- (a) ボルツマン (Boltzmann) 方程式
- (b) フォッカー・プランク (Fokker-Planck) 方程式
- (c) エントロピー生成 (Entropy production)

講義に対する感想、要望などあれば書いてください (成績には反映されません)

講義のシラバス・資料など : <http://cu.phys.s.chiba-u.ac.jp/lecture/busseiC/>

北畑の連絡先 : [kisahata@physics.s.chiba-u.ac.jp](mailto:kisahata@physics.s.chiba-u.ac.jp), TEL:043-290-3723