

物性物理学C 第2回レポート

提出期限: 2010年1月26日(火) 講義開始まで
提出先: 理学部2号館402号室(北畑) または講義開始時に直接

以下の問題から3題以上を選んで解答しなさい。

I. 1. 次の力学系の固定点をすべて求め、それぞれの安定性を調べなさい。

$$(i) \frac{dx}{dt} = -x + x^3$$

$$(ii) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -(y^2 - a)y - x \end{cases} \quad (a \text{ で場合分けすること})$$

$$(iii) \frac{dx}{dt} = -x^2 \quad (\text{これは講義中扱わなかったものです。考えてみてください。})$$

II. ロジスティック方程式

$$\frac{dx}{dt} = x(a - x) \quad (a > 0)$$

は解析的に解くことができる。ただし、 $t = 0$ で $x = x_0$ であったとする。この方程式を解析的に解き、 $t \rightarrow \infty$ の極限での値を求めなさい。また、この方程式の固定点を求めて、そのまわりで線形安定性解析をし、厳密解からの結果と比較しなさい。

III. Stuart-Landau 方程式は、厳密には

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= ax - \omega y - (x^2 + y^2)(x - by) \\ \frac{dy}{dt} &= \omega x + ay - (x^2 + y^2)(y + bx) \end{aligned}$$

と書ける。

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

を用いて、平面極座標 r, θ での方程式として表しなさい。また等位相面が $b = 0$ のときと b が 0 でないときとでどう異なるのか議論しなさい。

IV. 位相記述された 2 つの振動子が下の式のような相互作用をしている。

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_1}{dt} &= \omega + K_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) + K_2 \sin[2(\theta_2 - \theta_1)] \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= \omega + K_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) + K_2 \sin[2(\theta_1 - \theta_2)]\end{aligned}$$

どのような引き込み現象が見られると予想されるか？ K_1 と K_2 の関係の場合分けして考察しなさい。ただし、 $K_1 > 0$ であるとする。

V. 位相記述された振動子に角振動数 Ω で周期的に力を加えることを考える。すなわち、

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + K \sin(\Omega t - \theta)$$

どのような現象が見られると予想されるか？ K の値の大きさを変えた時にどうなるかを考察しなさい。(ヒント: $\Delta\theta = \theta - \Omega t$ とおいて考えると見通しが立てやすい。)

VI. 次にあげる内容のうち一つを選んで数値計算を行いなさい。その結果をわかりやすく示しなさい。

- (a) 周期が異なるリミットサイクル振動子の同期現象
- (b) チューリングパターン
- (c) 化学反応波の伝播
- (d) ロジスティック写像によるカオス

VII. 次にあげるキーワードのうち一つを選び、その内容をできるだけ詳しく説明しなさい。

- (a) アーノルドの舌 (Arnold's tongue)
- (b) チューリング (Turing) パターン
- (c) ストレンジアトラクター (Strange attractor)

講義に対する感想、要望などあれば書いてください(成績には反映されません)

レポートを返却しますので、2月2日以降に取りに来てください。また、成績に関する問い合わせの掲示をする可能性があるため、2月2日(火)~2月5日(金)の間に必ず理学部1号館122号室前の掲示板を確認してください。なお、個人名、学籍番号を掲示されたくない人は、レポート提出時にその旨連絡してください。

講義のシラバス・資料など : <http://cu.phys.s.chiba-u.ac.jp/lecture/busseiC/>

北畑の連絡先 : kitahata@physics.s.chiba-u.ac.jp, TEL:043-290-3723