

2011.2.1

物性物理学C

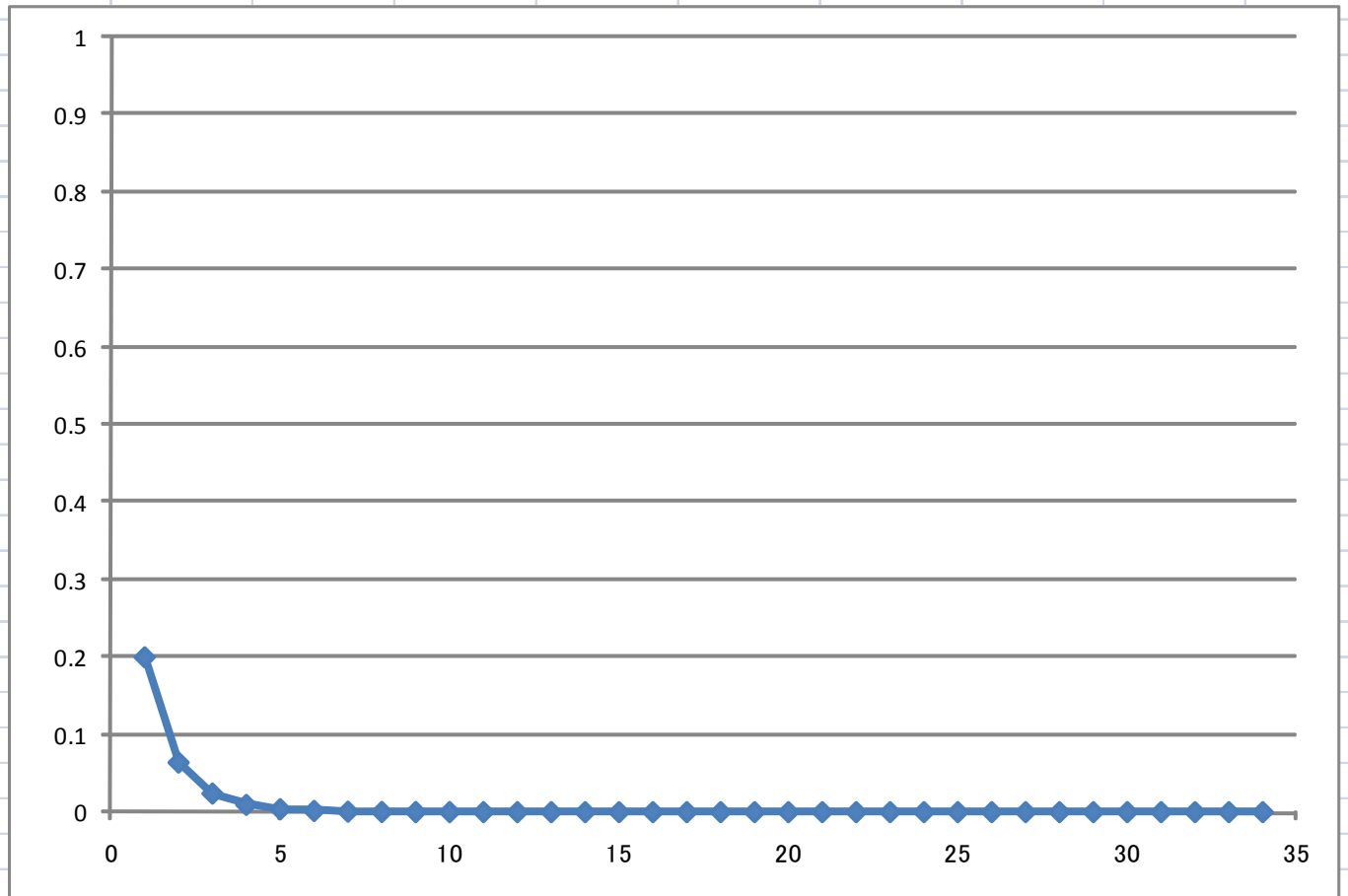
# カオス と フラクタル

# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$$

$$a = 0.4$$

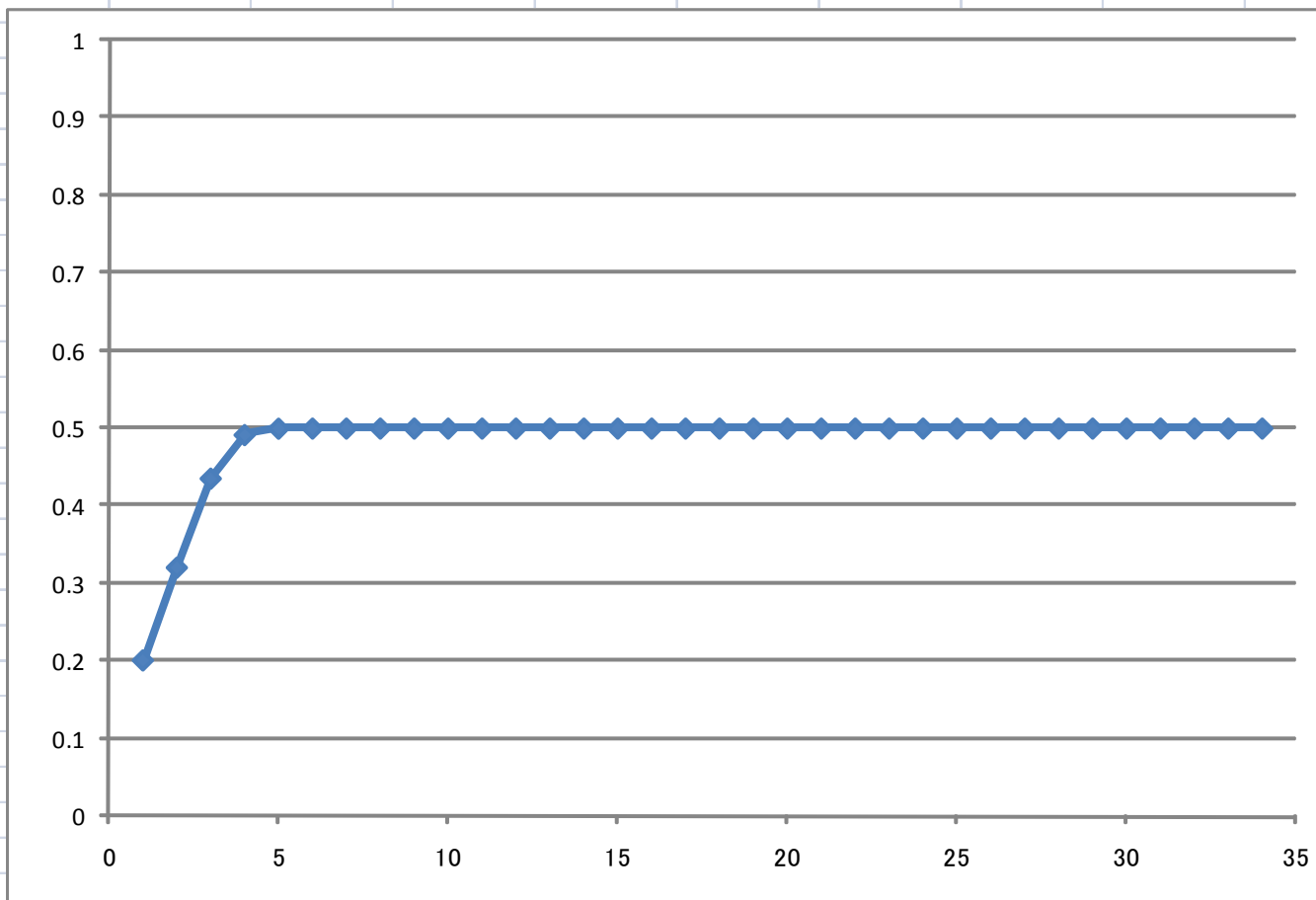
a=	0.4
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.064
3	0.023962
4	0.009355
5	0.003707
6	0.001477
7	0.00059
8	0.000236
9	9.43E-05
10	3.77E-05
11	1.51E-05
12	6.04E-06
13	2.41E-06
14	9.66E-07
15	3.86E-07
16	1.55E-07
17	6.18E-08
18	2.47E-08
19	9.89E-09
20	3.96E-09
21	1.58E-09
22	6.33E-10



# ロジスティック写像

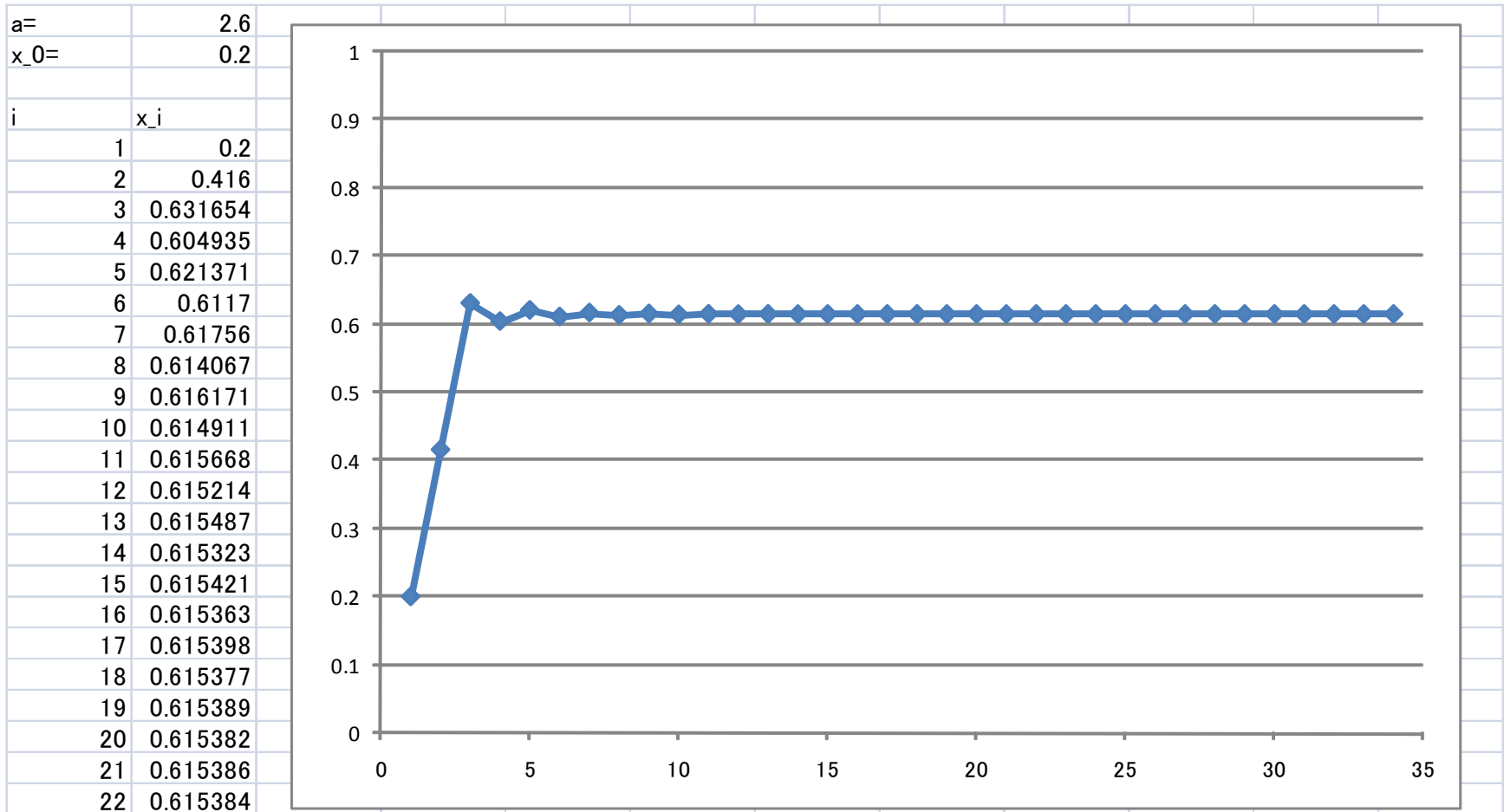
$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 2.0$$

a=	2
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.32
3	0.4352
4	0.491602
5	0.499859
6	0.5
7	0.5
8	0.5
9	0.5
10	0.5
11	0.5
12	0.5
13	0.5
14	0.5
15	0.5
16	0.5
17	0.5
18	0.5
19	0.5
20	0.5
21	0.5
22	0.5



# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 2.6$$

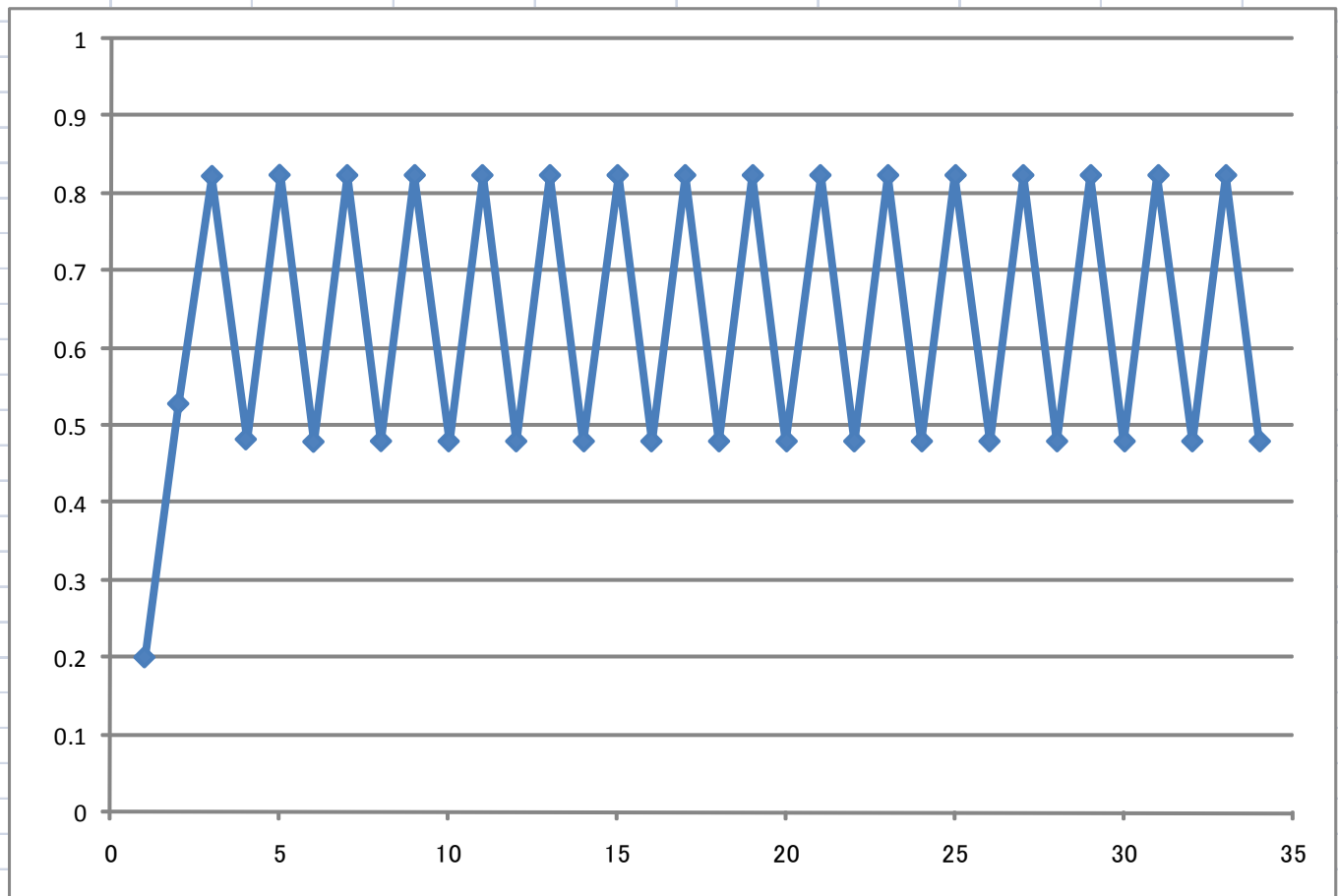


# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$$

$$a = 3.3$$

a=	3.3
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.528
3	0.822413
4	0.481965
5	0.823927
6	0.478736
7	0.823508
8	0.479631
9	0.823631
10	0.479368
11	0.823595
12	0.479444
13	0.823606
14	0.479422
15	0.823603
16	0.479428
17	0.823603
18	0.479427
19	0.823603
20	0.479427
21	0.823603
22	0.479427

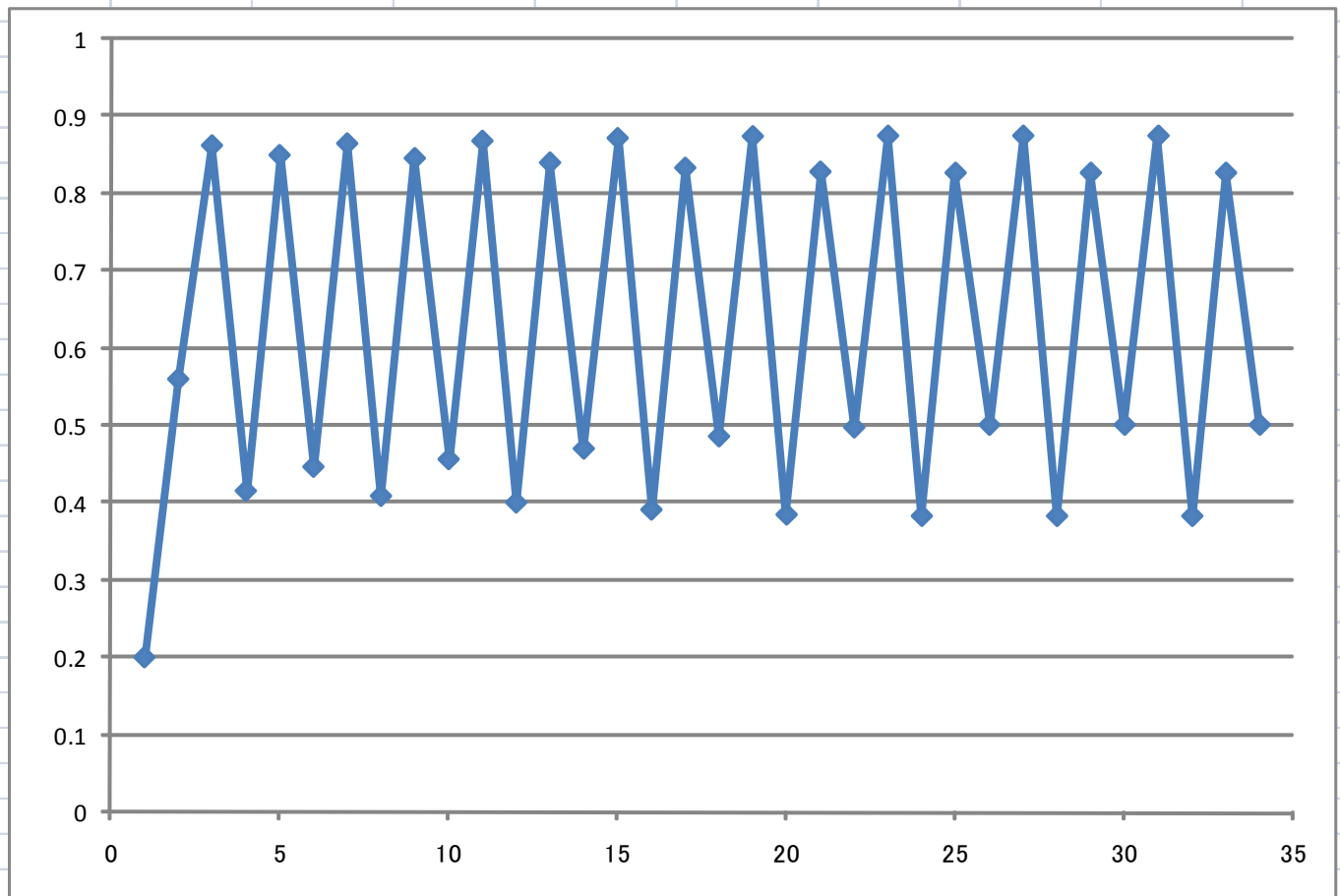


# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$$

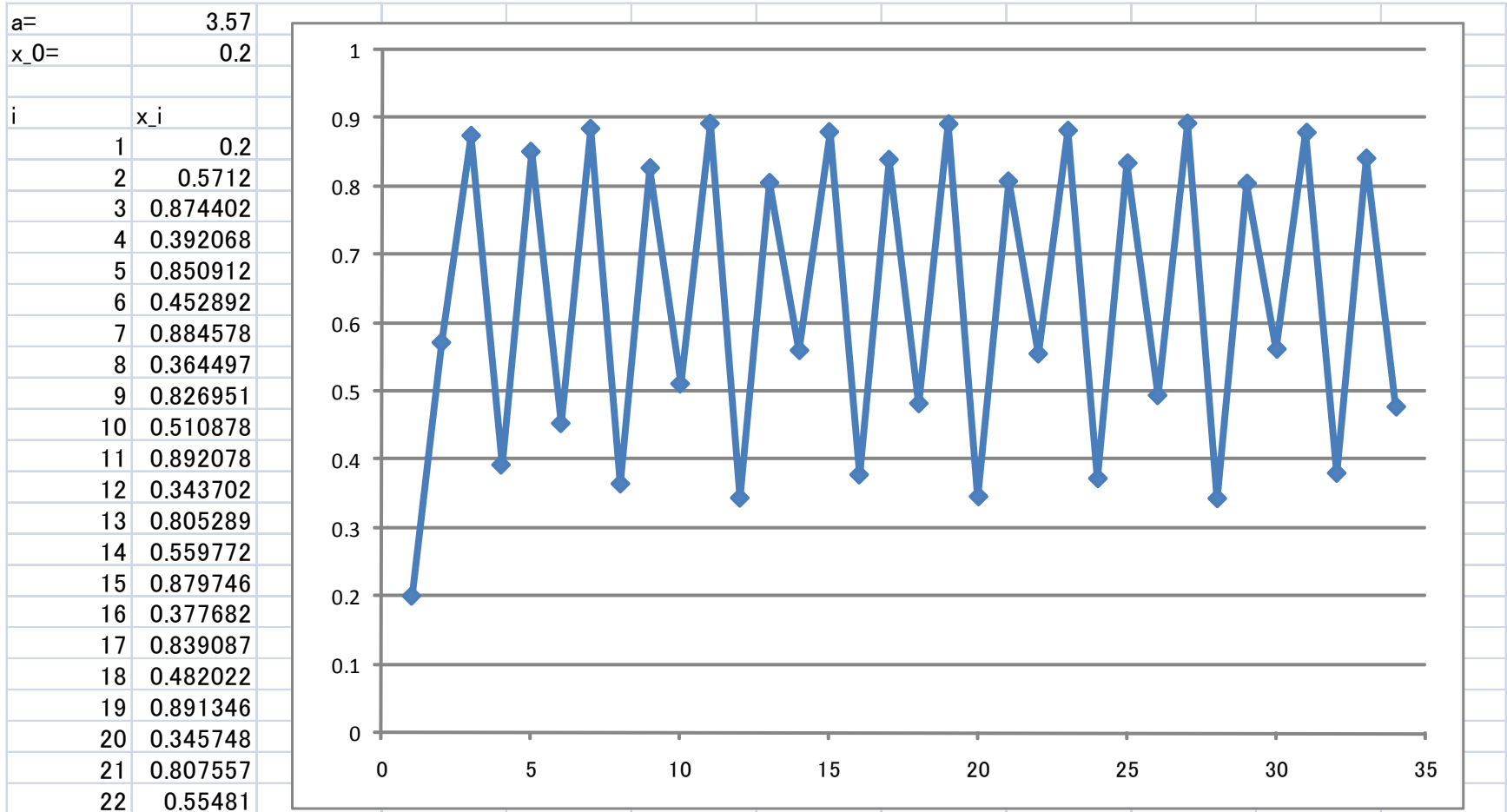
$$a = 3.5$$

a=	3.5
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.56
3	0.8624
4	0.415332
5	0.84991
6	0.446472
7	0.864971
8	0.408785
9	0.84588
10	0.456285
11	0.868312
12	0.400213
13	0.840149
14	0.470046
15	0.87186
16	0.391022
17	0.833433
18	0.485879
19	0.874302
20	0.384643
21	0.828425
22	0.49748



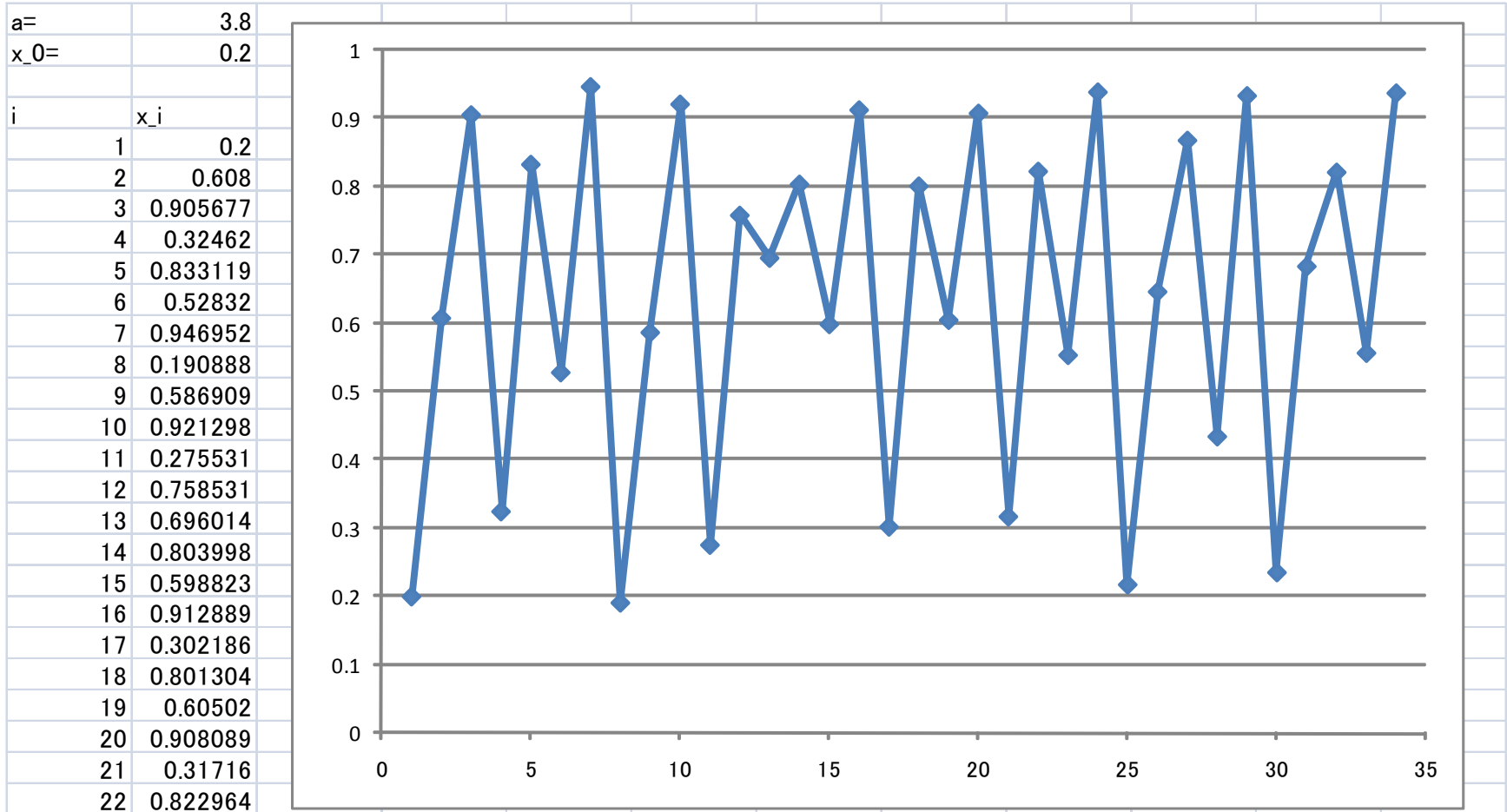
# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.57$$



# ロジスティック写像

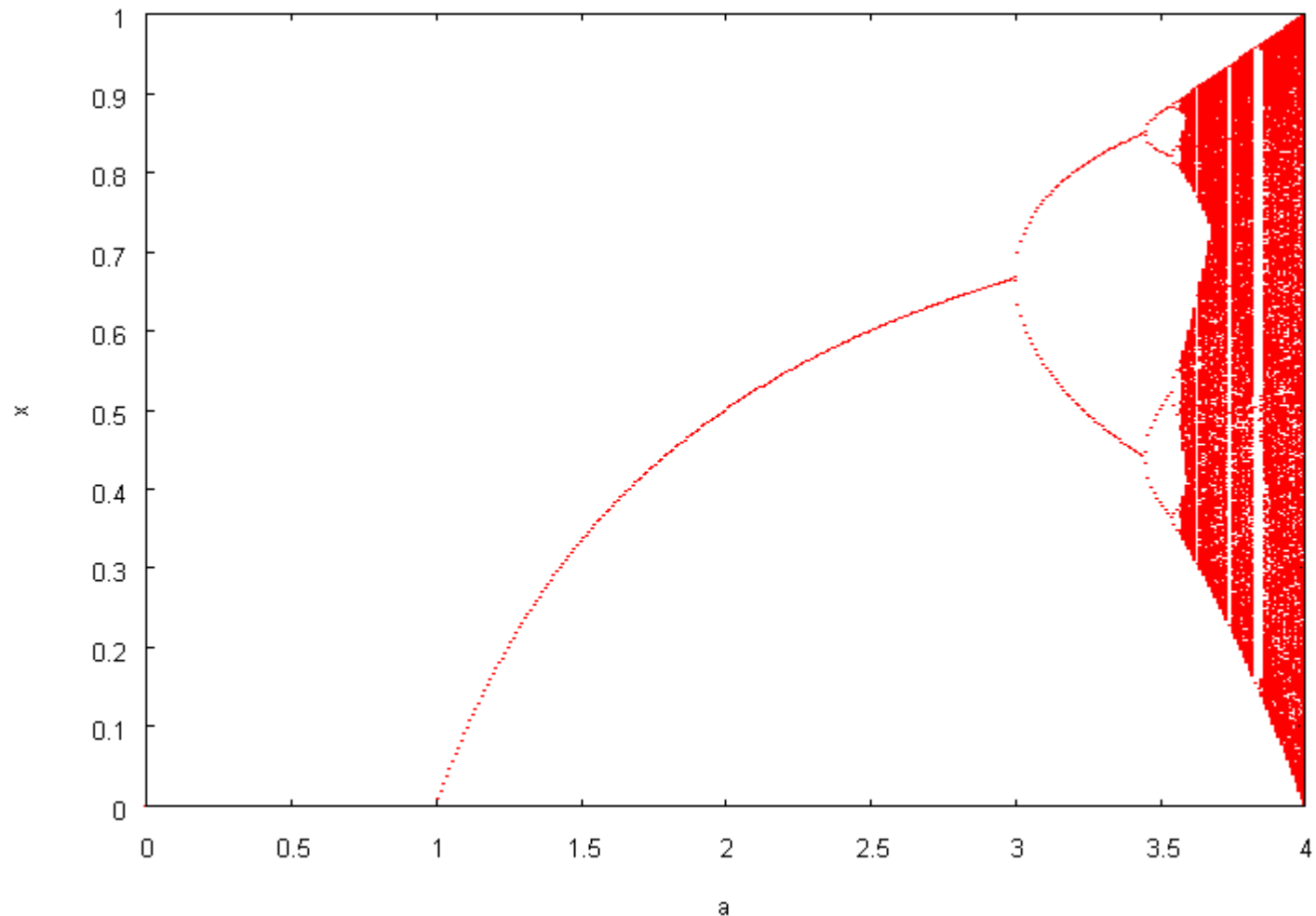
$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.8$$



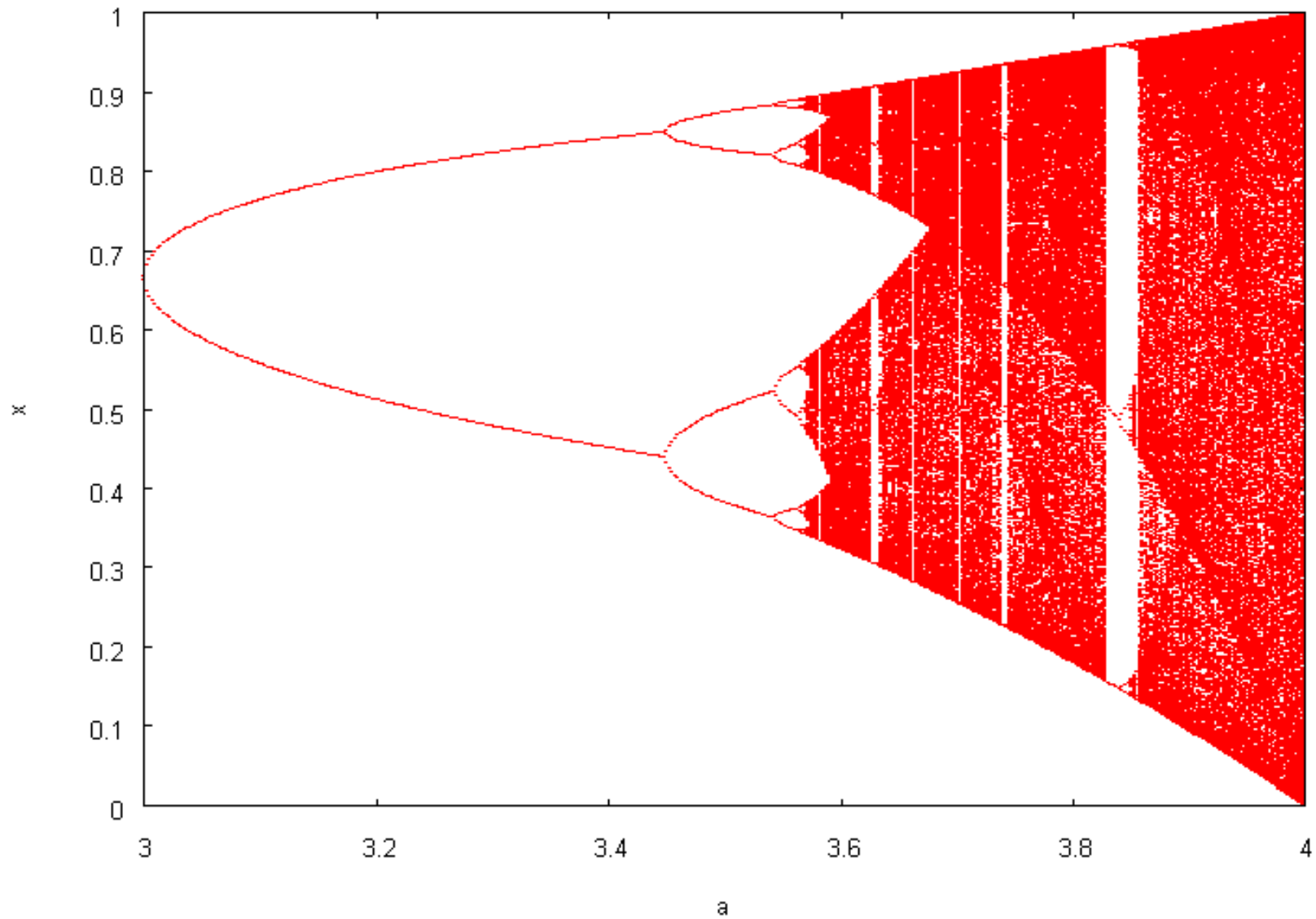


# ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \text{ の収束点}$$



### $3 < a < 4$ の拡大図



# ローレンツカオス

$$\frac{dx}{dt} = -\sigma(x-y)$$

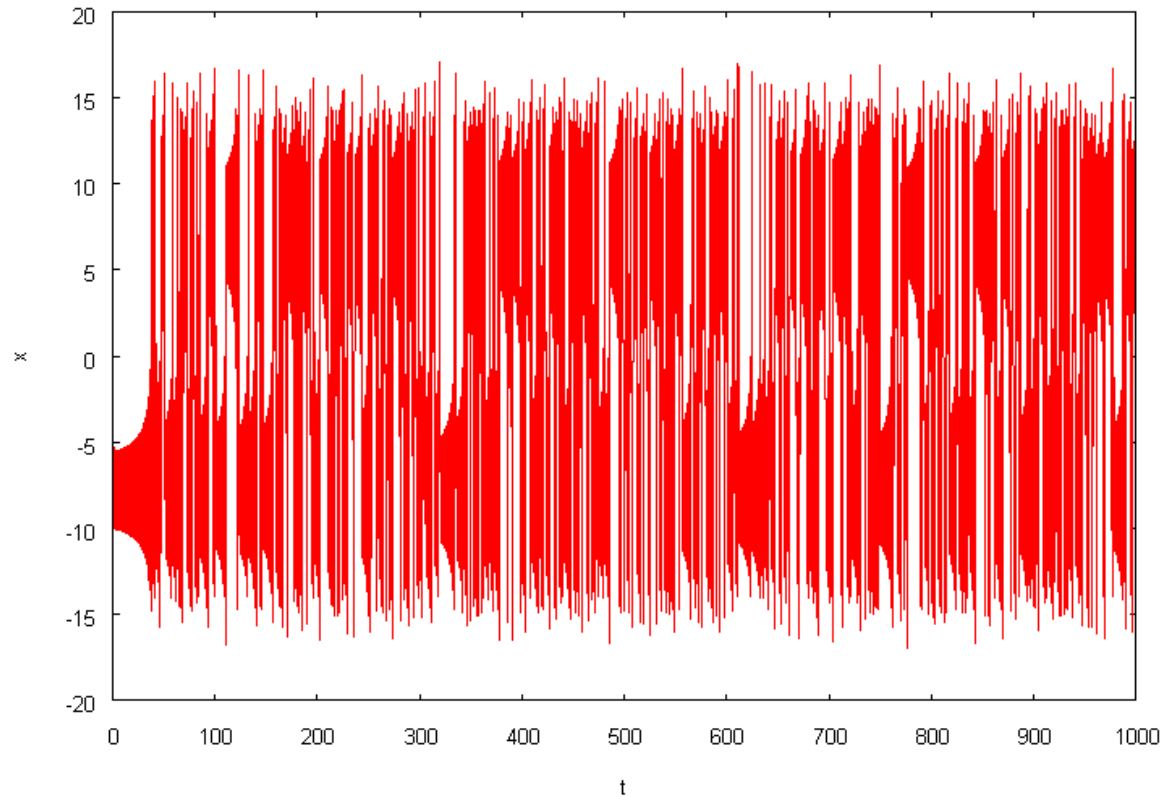
$$\frac{dy}{dt} = -y + xz + rx$$

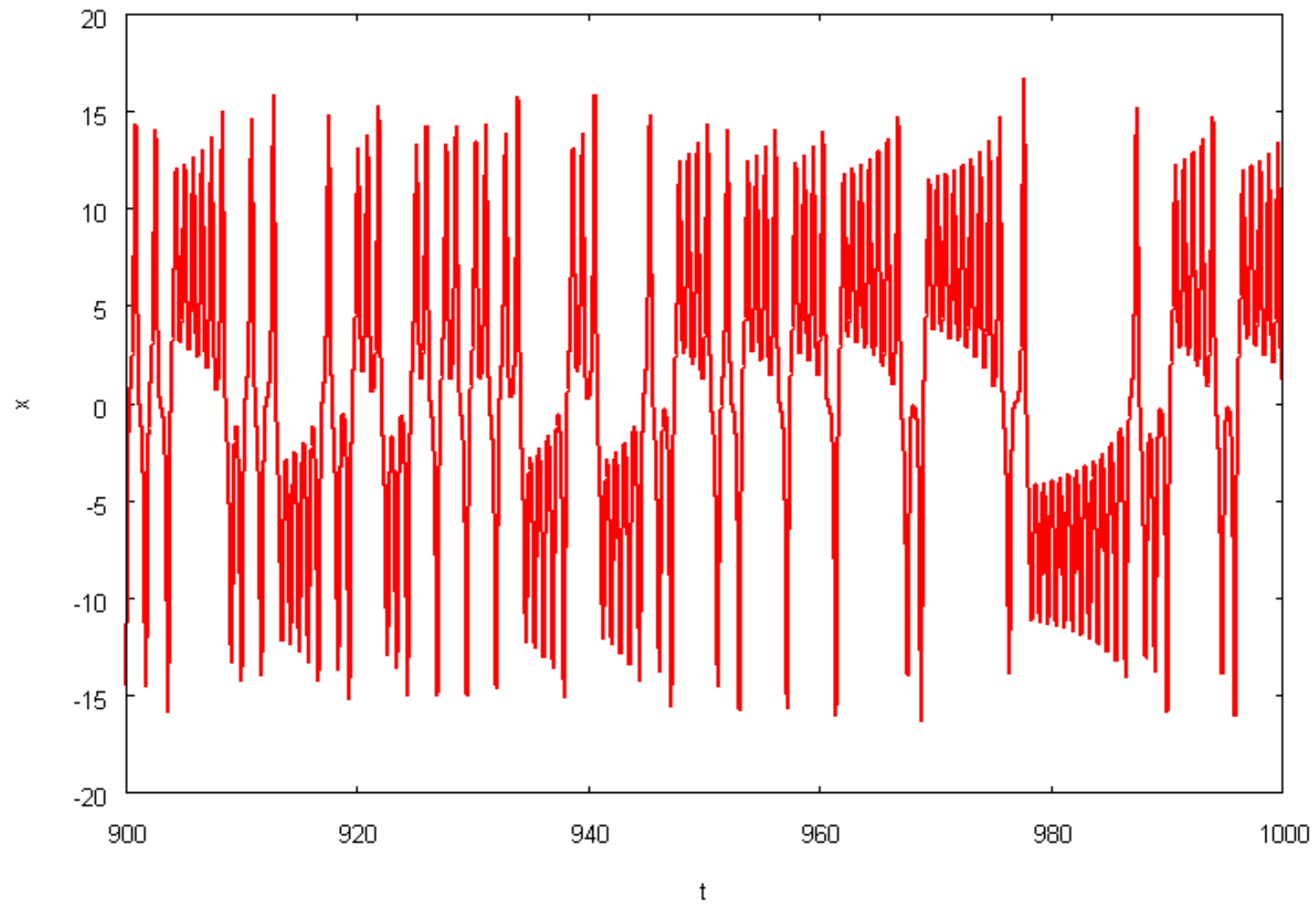
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

$$\sigma = 10$$

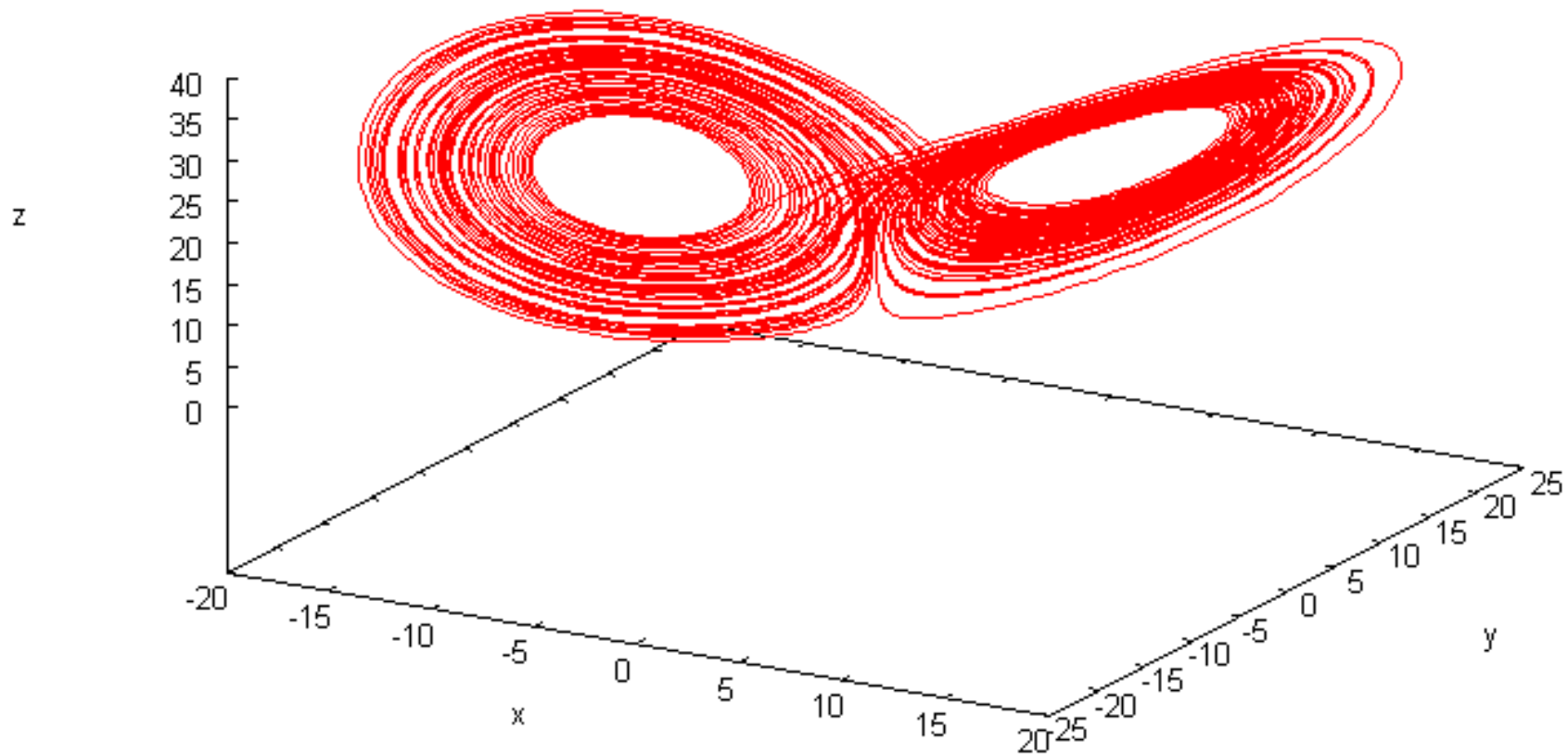
$$r = 24.17$$

$$b = \frac{8}{3}$$





相空間上では



(ストレンジアトラクター、ローレンツアトラクター)

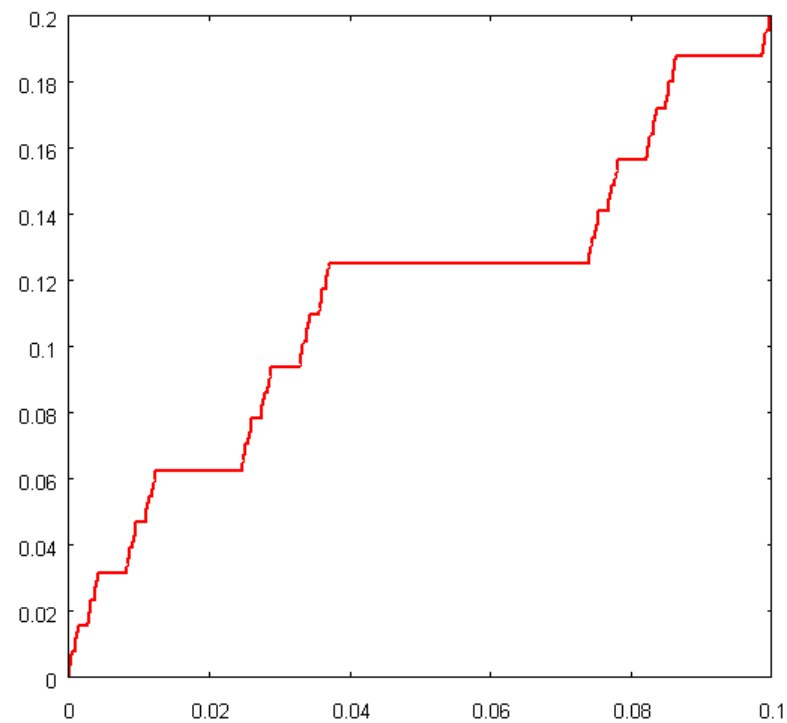
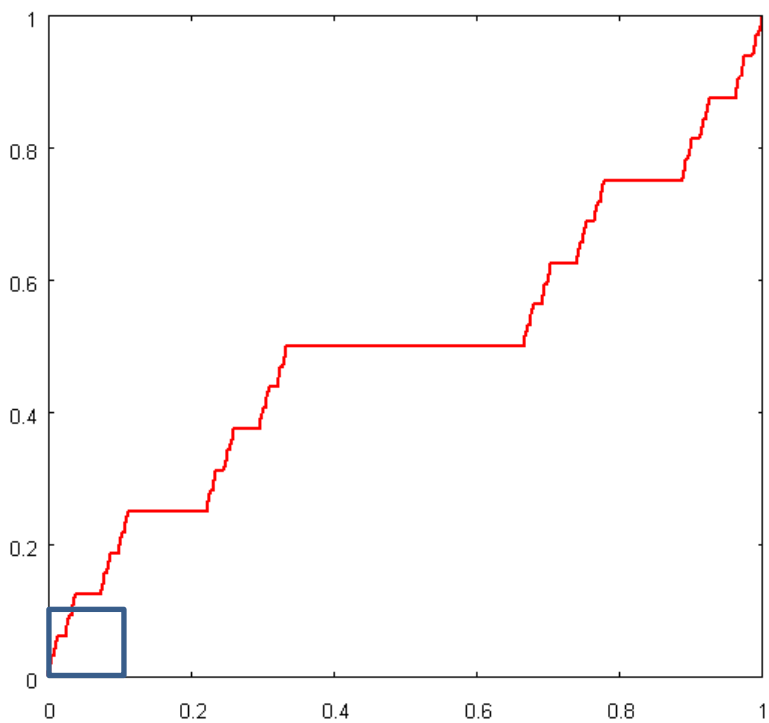
# フラクタル

- ・ 自己相似な特徴を持つ図形

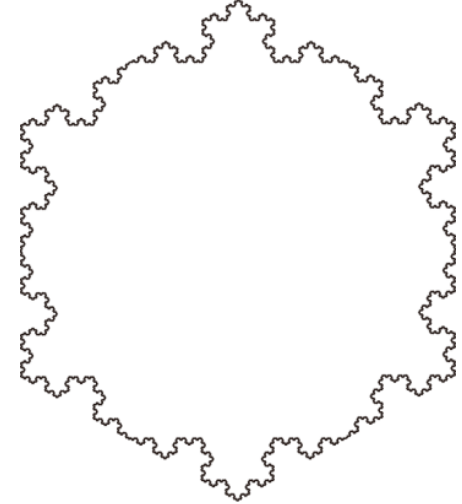
## カントール集合 (Cantor set)



# Devil's staircase (悪魔の階段)

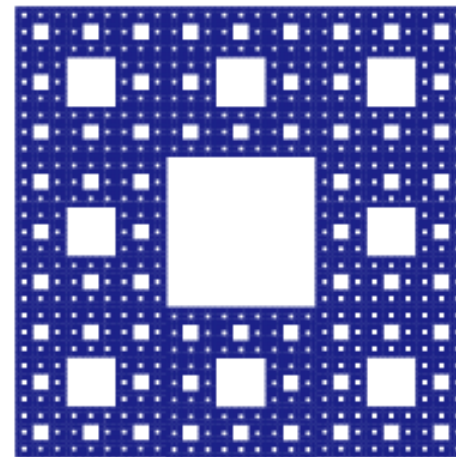
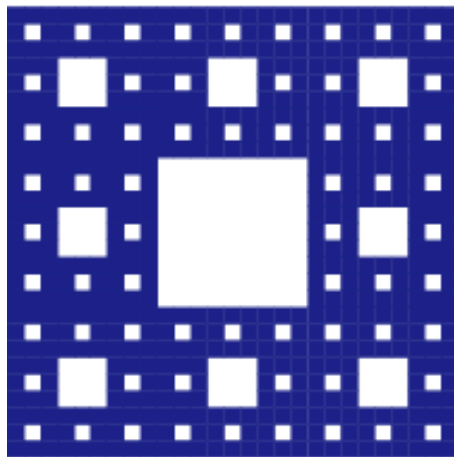
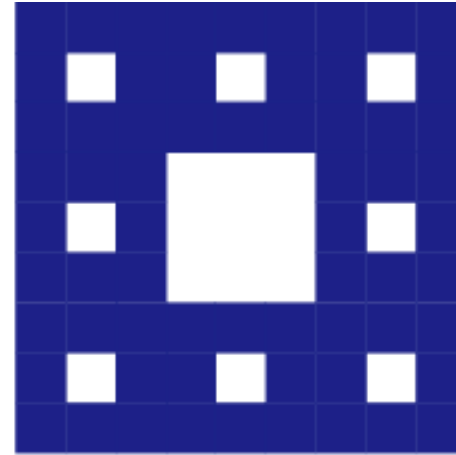


# コッホ曲線 (Koch curve)

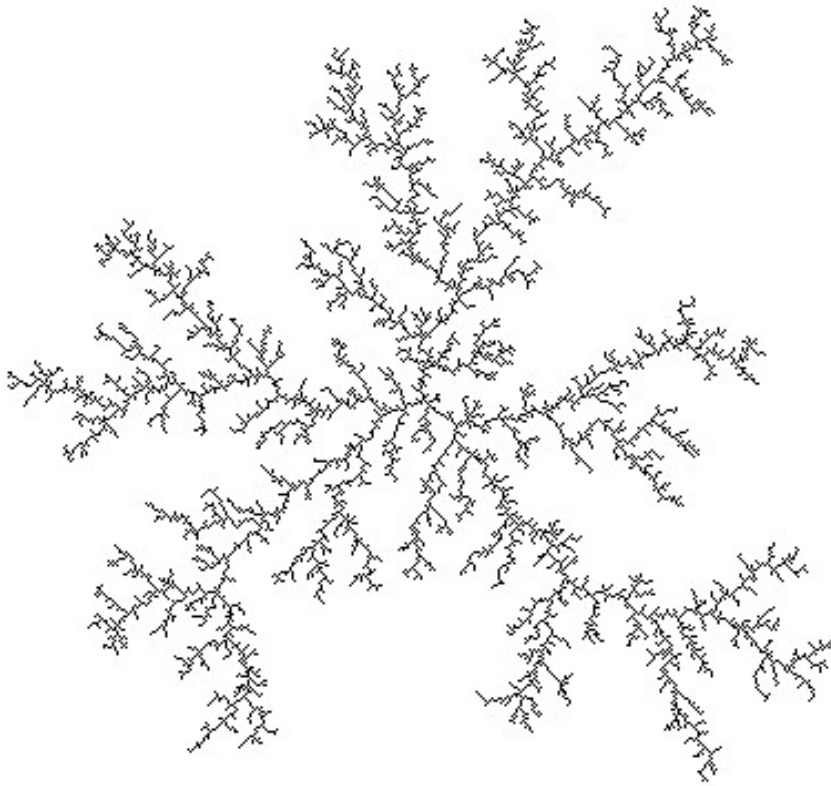




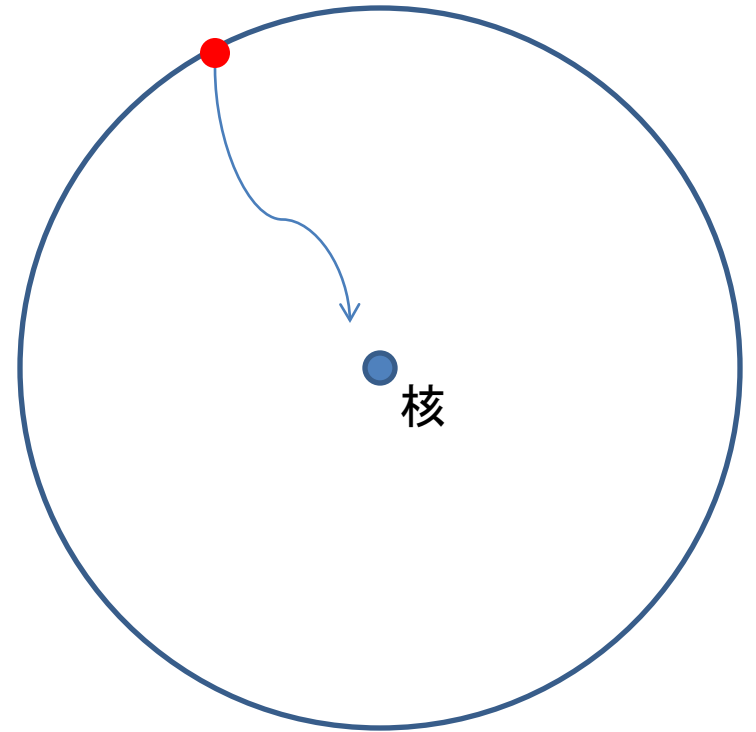
# シェルピンスキーカーペット (Sierpinski carpet)



# DLA (Diffusion Limited Aggregation: 拡散律速凝集) パターン



これもフラクタルであることが知られている  
(統計的なフラクタル)



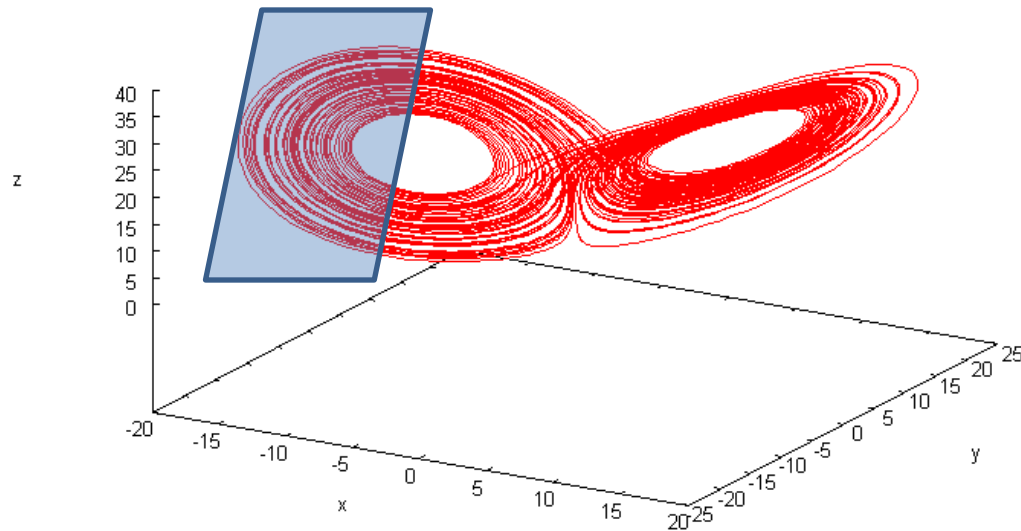
要素はBrown運動し、  
核と接触したら固定される。

マンデルブロー集合や地形、金属樹のフラクタルなどについては「マンデルブロー集合」、「フラクタル」などで検索してみてください。

(著作権の関係上削除しておきます)

# カオスとフラクタル

適当な面で切った断面：ポアンカレ断面



ポアンカレ断面で見るとカオスを示すときには断面がフラクタル的になっていると言われている。

