

2012.1.17

物性物理学C

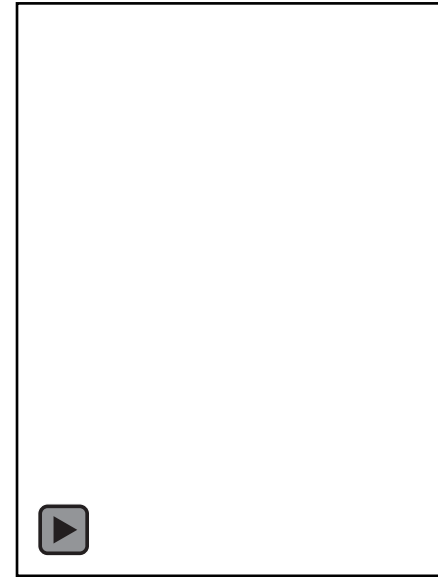
非線形振動子の同期現象

実験室で見られる時空間秩序形成

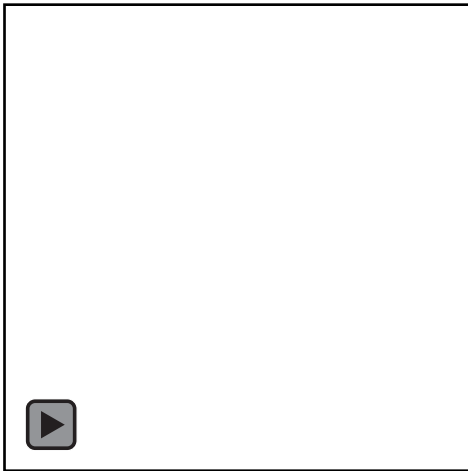
さまざまなリズム現象



candle oscillator



BR reaction



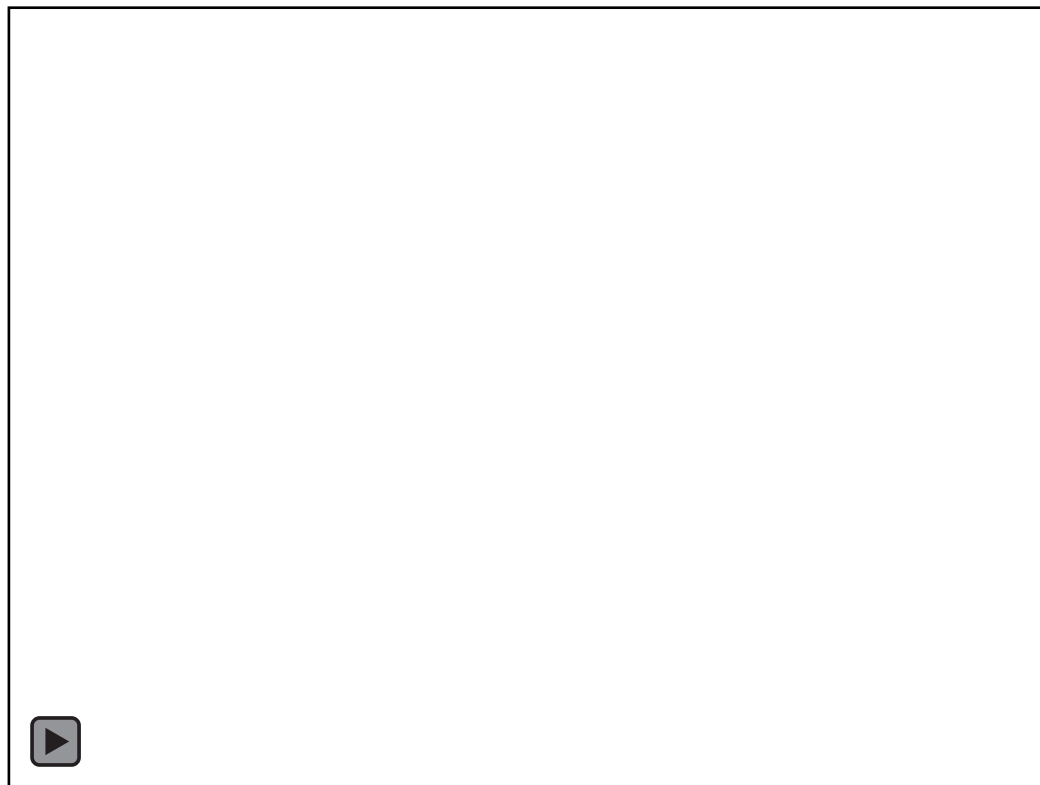
saline oscillator



Plastic-bottle oscillator

Belousov-Zhabotinsky (BZ)反応の実験

攪拌した系で



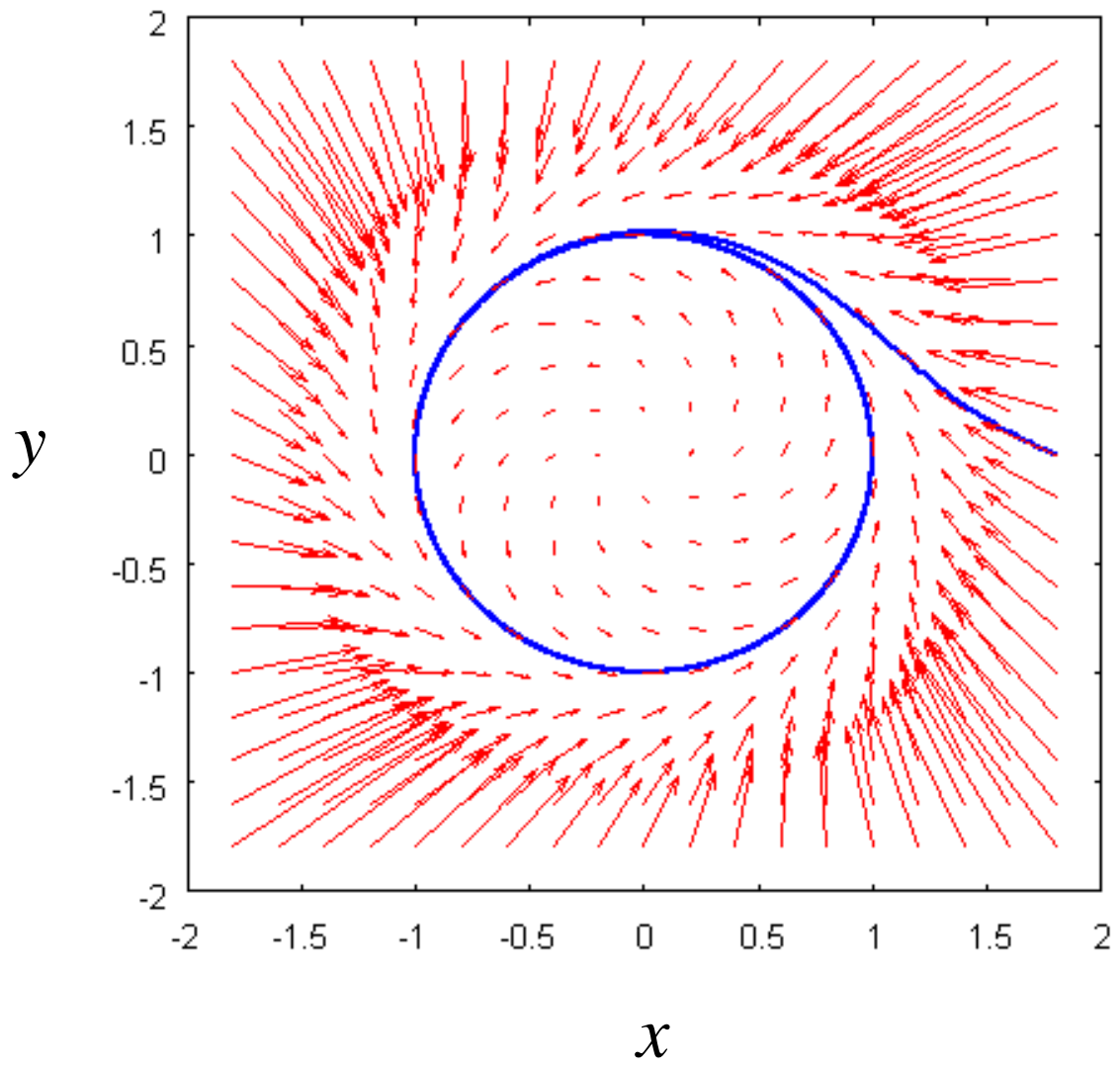
1 cm

空間勾配はなし

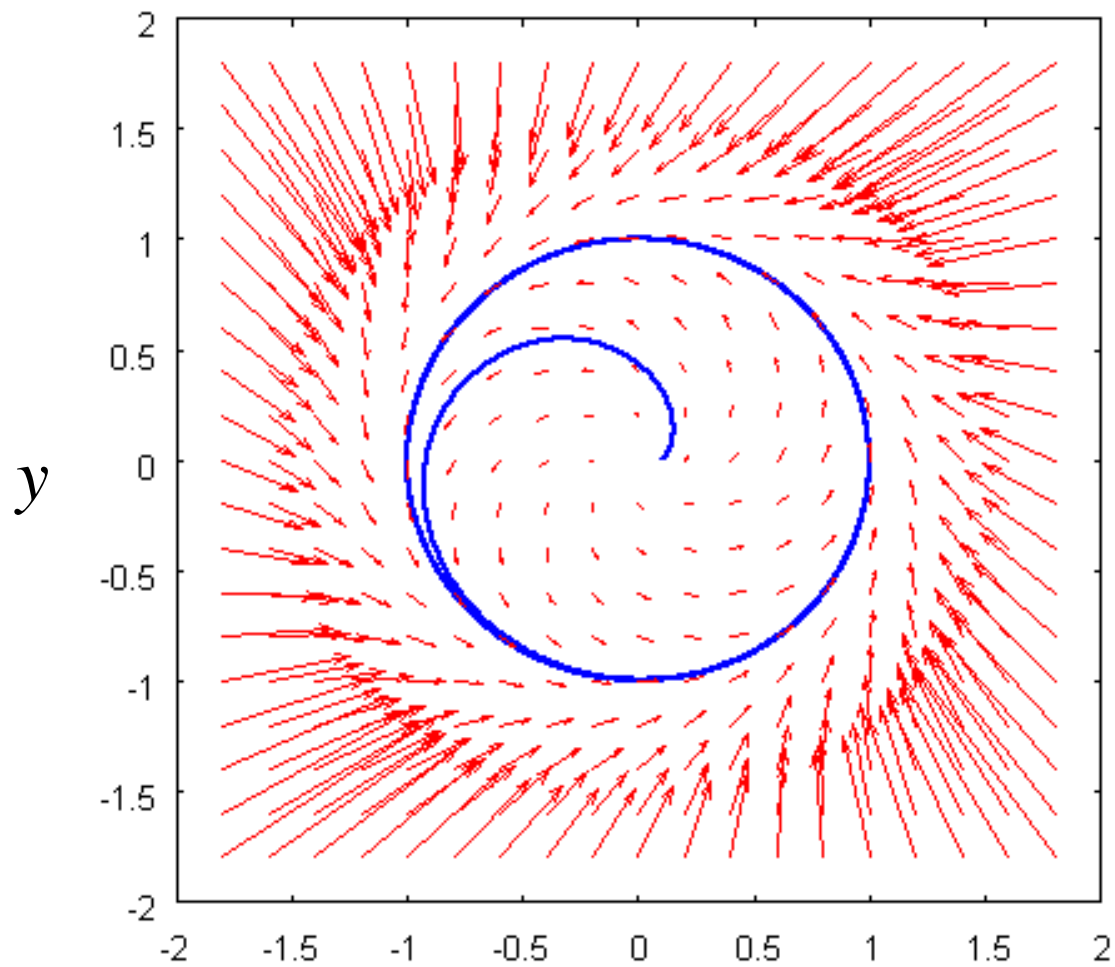
Stuart-Landau方程式

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - \omega y - (x^2 + y^2)(x - by) \\ \frac{dy}{dt} = ay + \omega x - (x^2 + y^2)(y + bx) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = ar - r^3 & r^2 = x^2 + y^2 & a = 1 \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega & \frac{y}{x} = \tan \theta & b = 0 \end{cases}$$



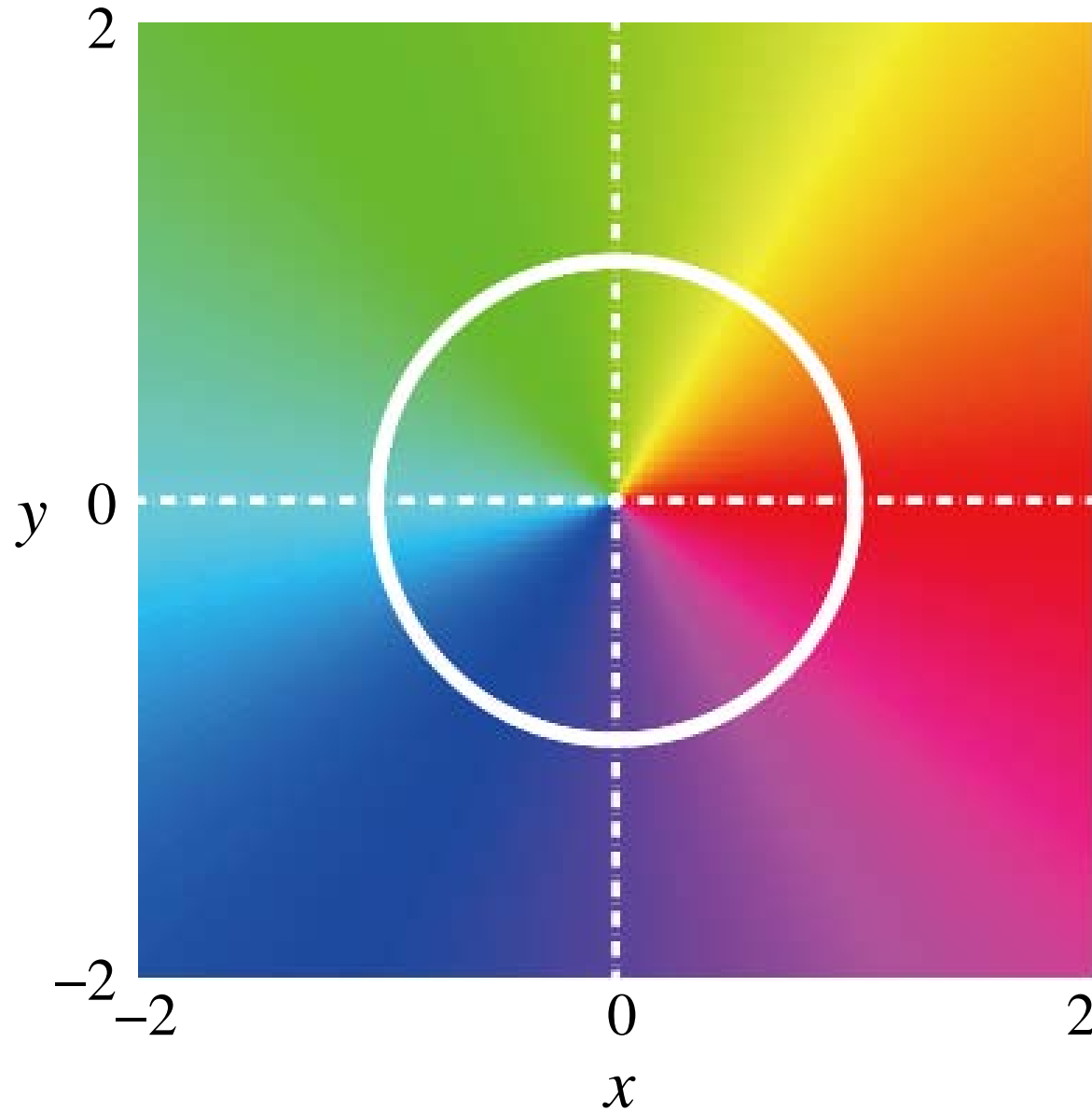
初期値を変えても



x

Limit Cycle (極限軌道)

等位相面

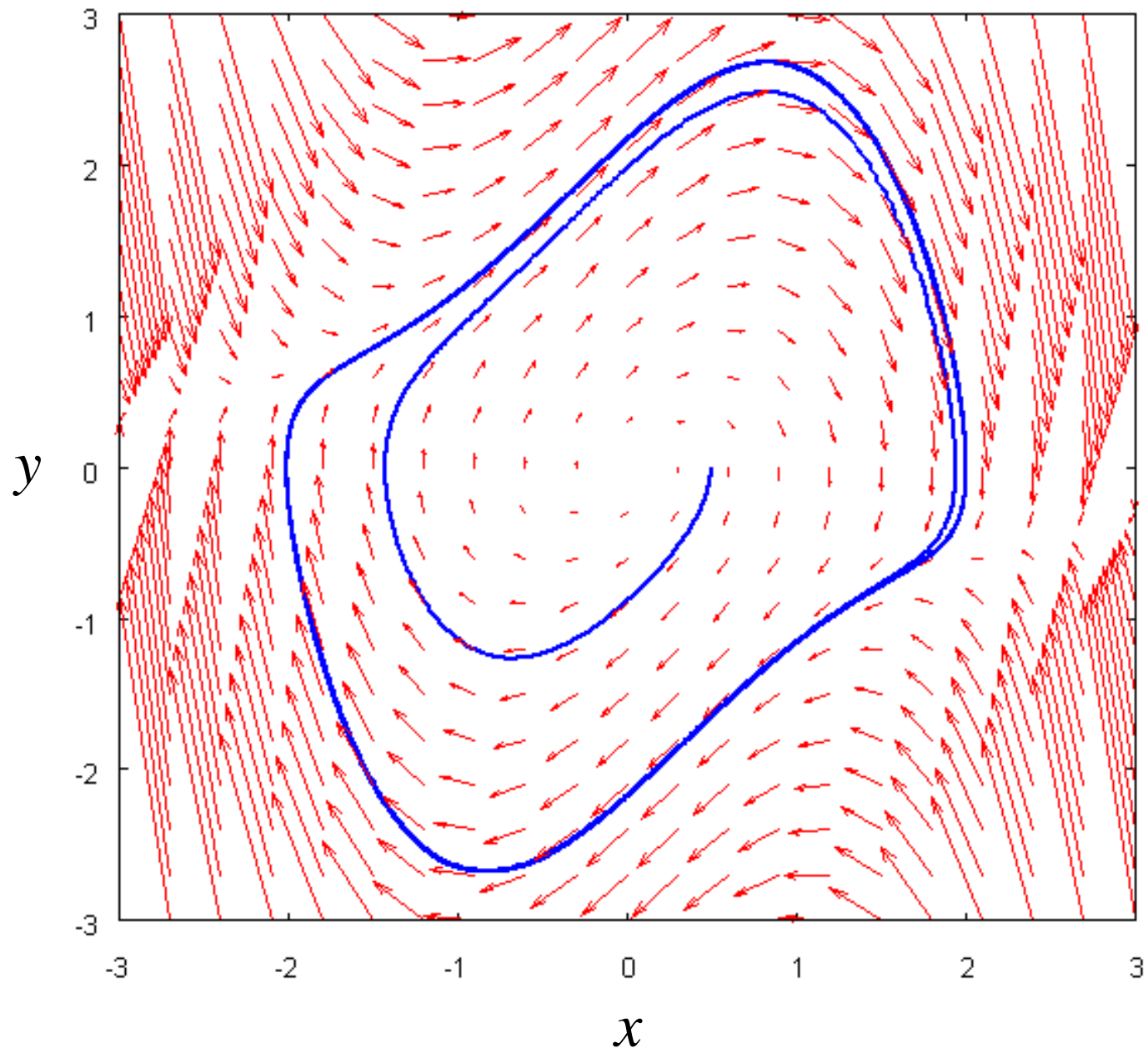


$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

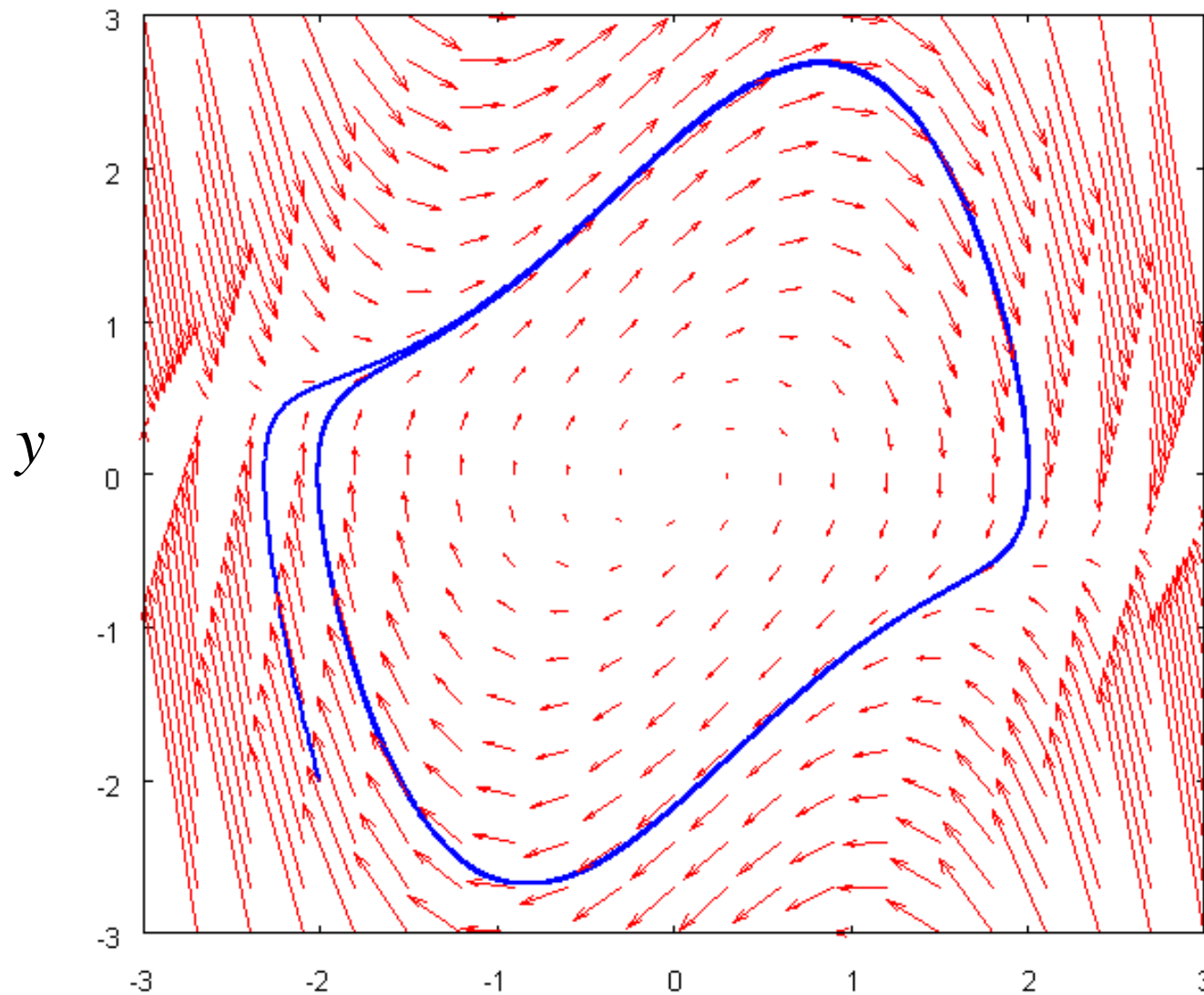
van der Pol 方程式 ~ 丸くなくても...

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha(x^2 - 1)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -\alpha(x^2 - 1)y - x \end{array} \right.$$



初期値を変えても

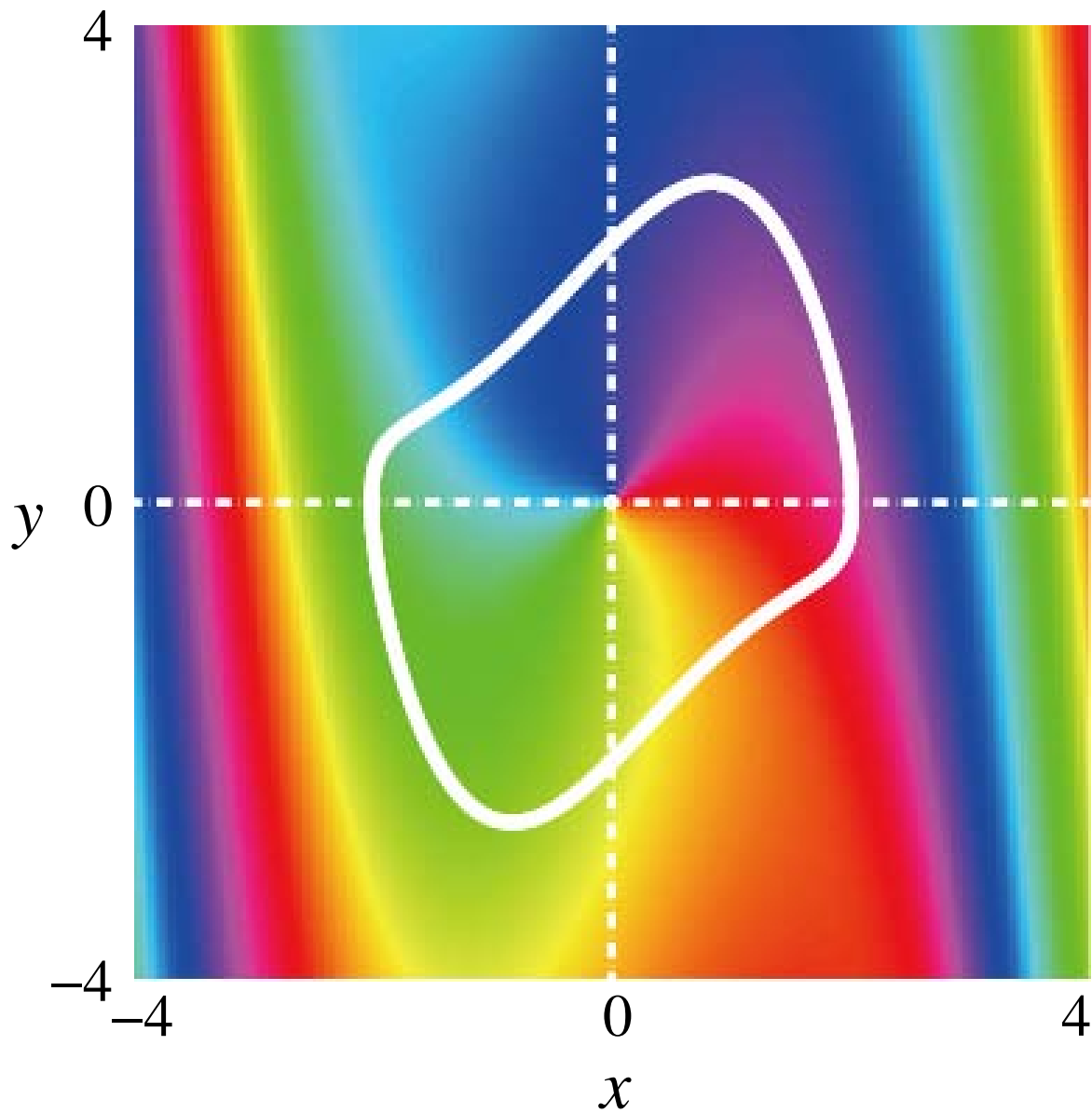


Limit Cycle (極限軌道)

x

y

等位相面



ラット心筋細胞、蛍の動画および、
蚊の位相感受関数のスライドは
著作権の関係上アップしていません。
見たい人は直接北畑まで連絡して
ください。

リミットサイクル振動の結合系

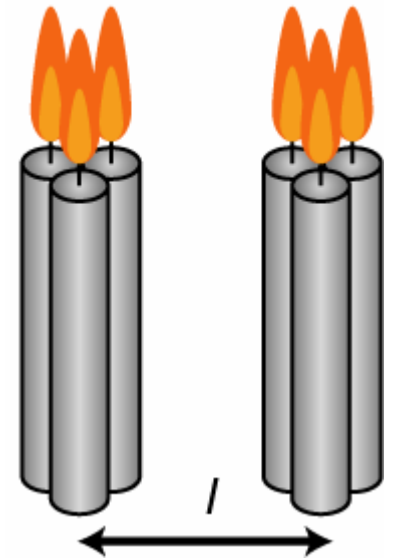
BZ反応



1.00mm

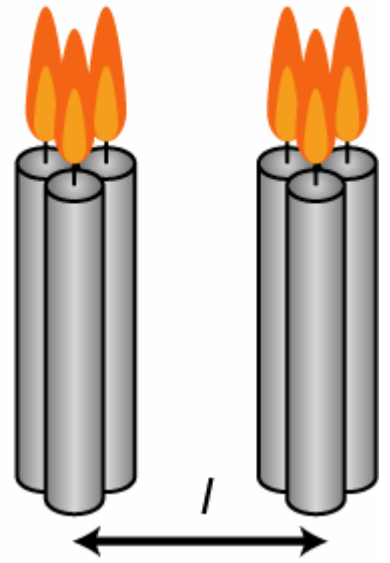
ろうそく

$l = 2.0 \text{ mm}$



15/100 times fast

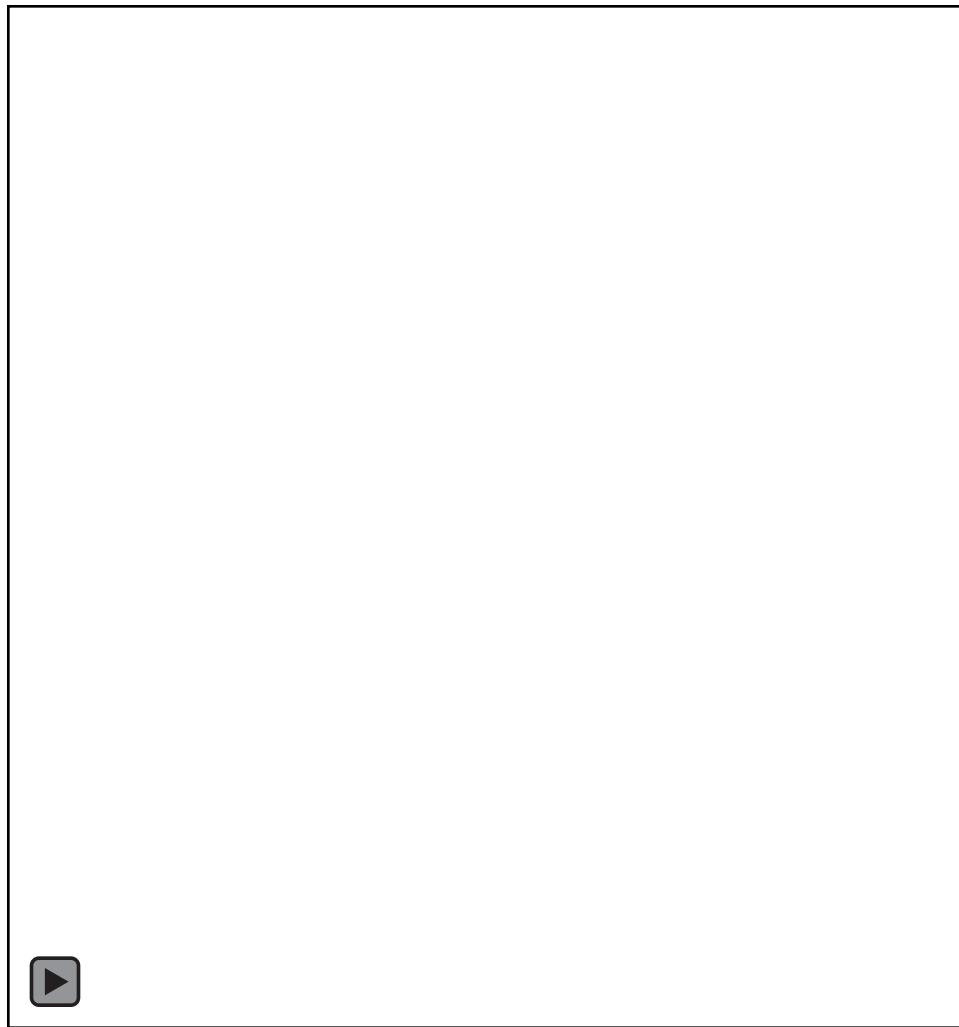
$l = 4.0 \text{ mm}$



15/100 times fast

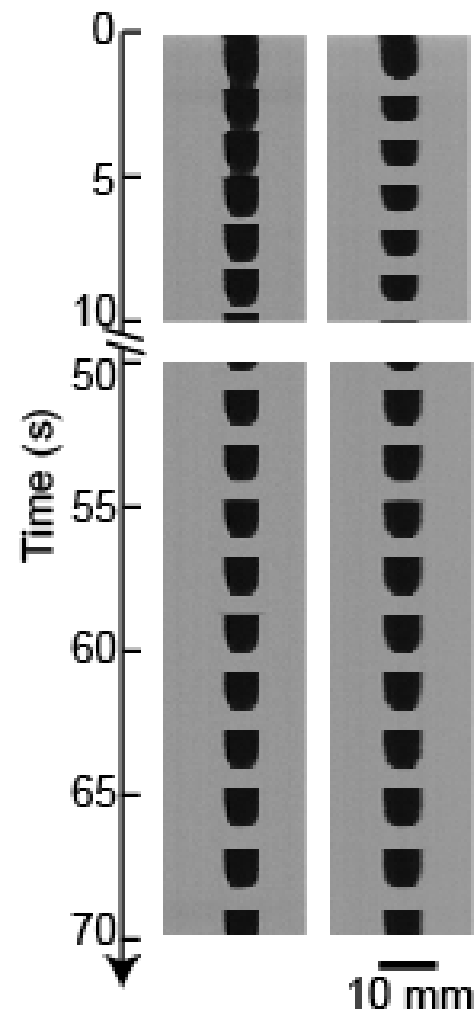
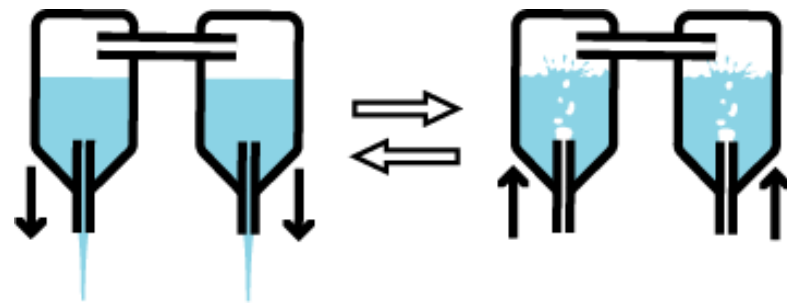
Coupled Oscillators

"Direct" coupling

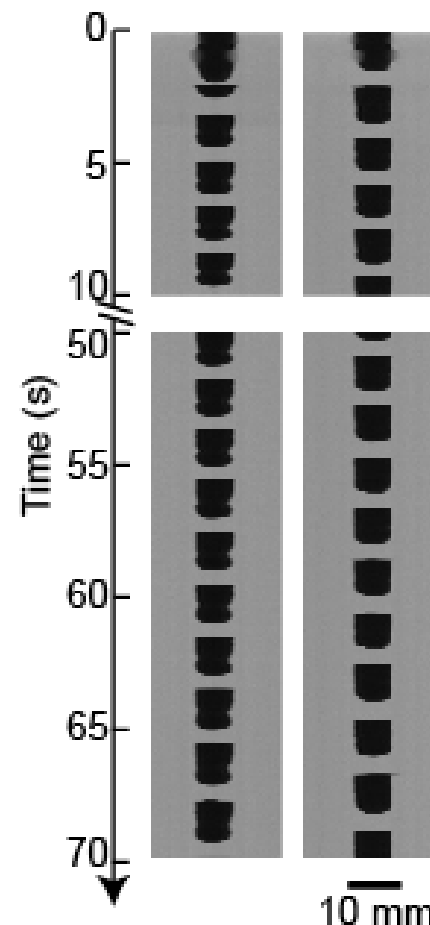
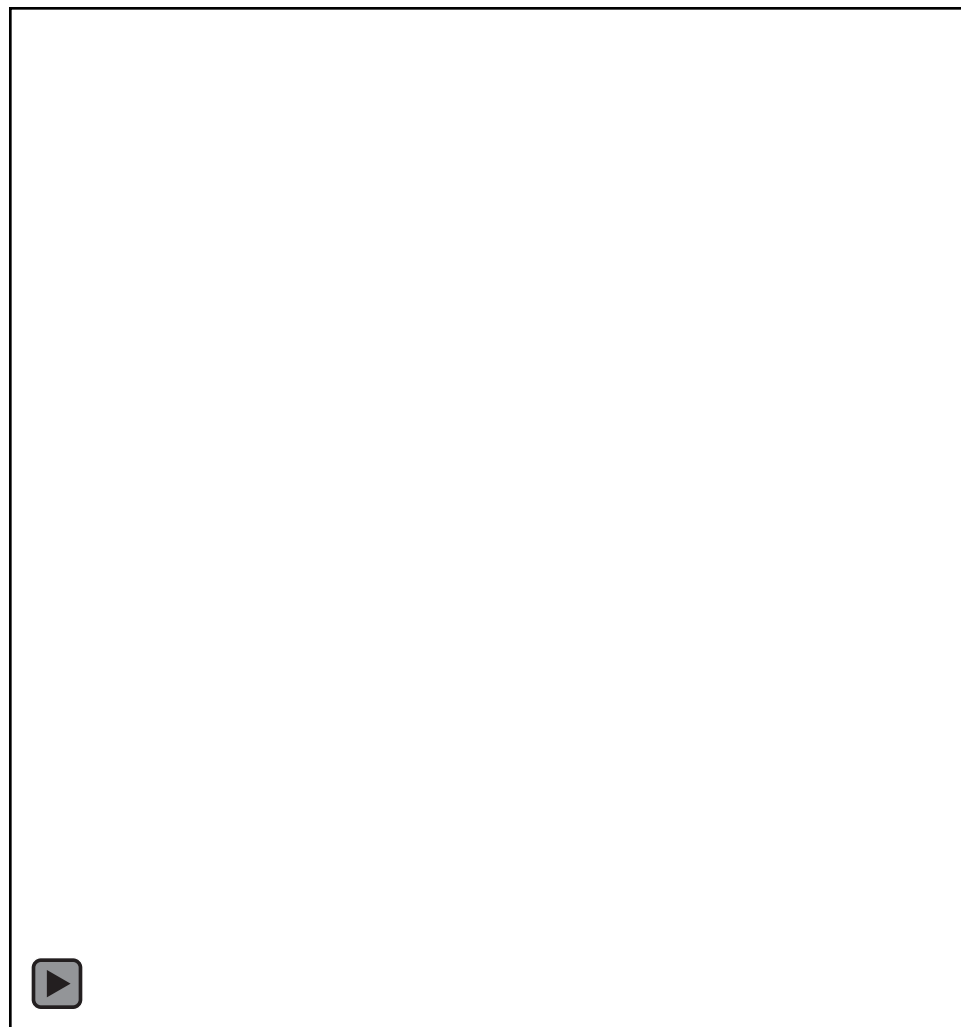
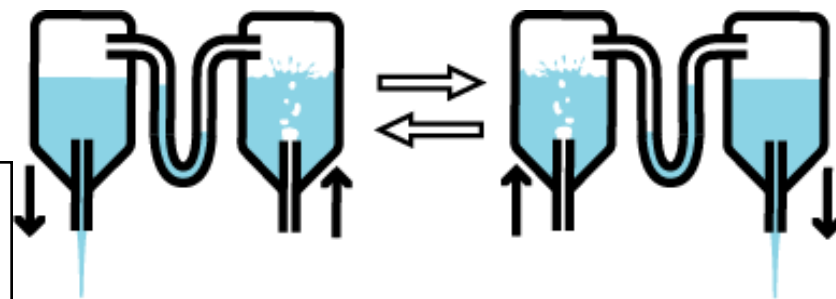


Tube: length: 1 m
inner diameter: 6 mm

$d = 6$ mm
real time



"Indirect" coupling



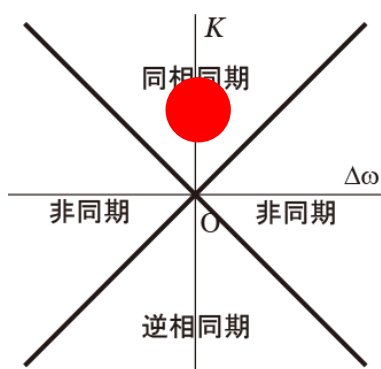
Tube: length: 1 m
inner diameter: 6 mm

$d = 6$ mm
real time

非線形振動子の結合系

2振動子の結合系

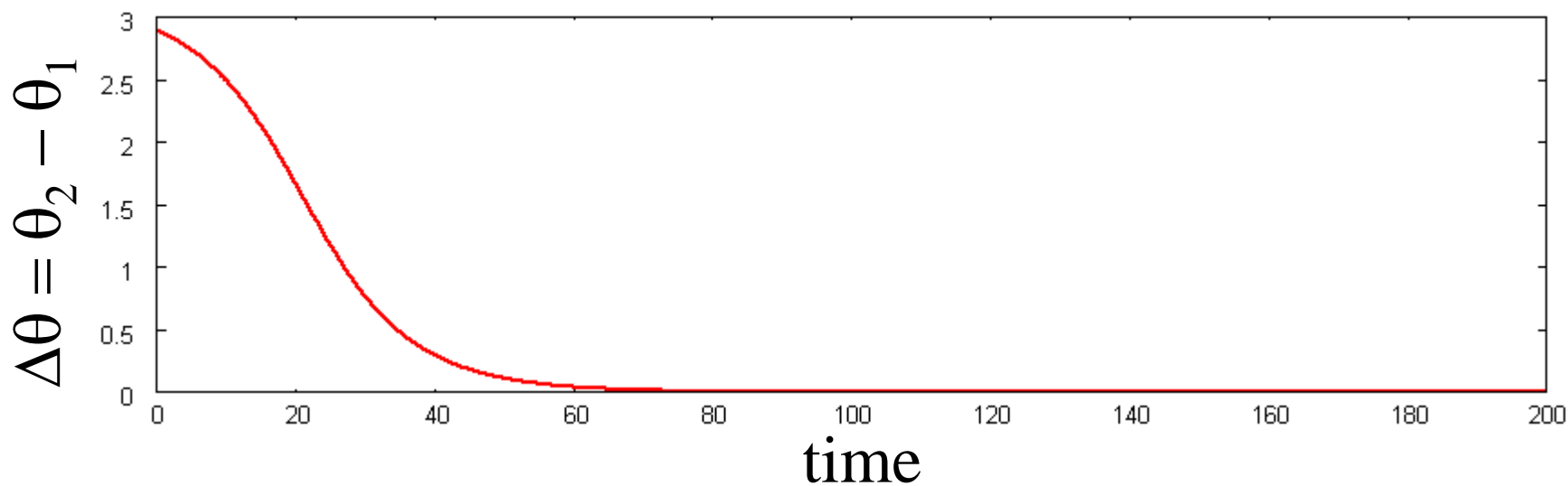
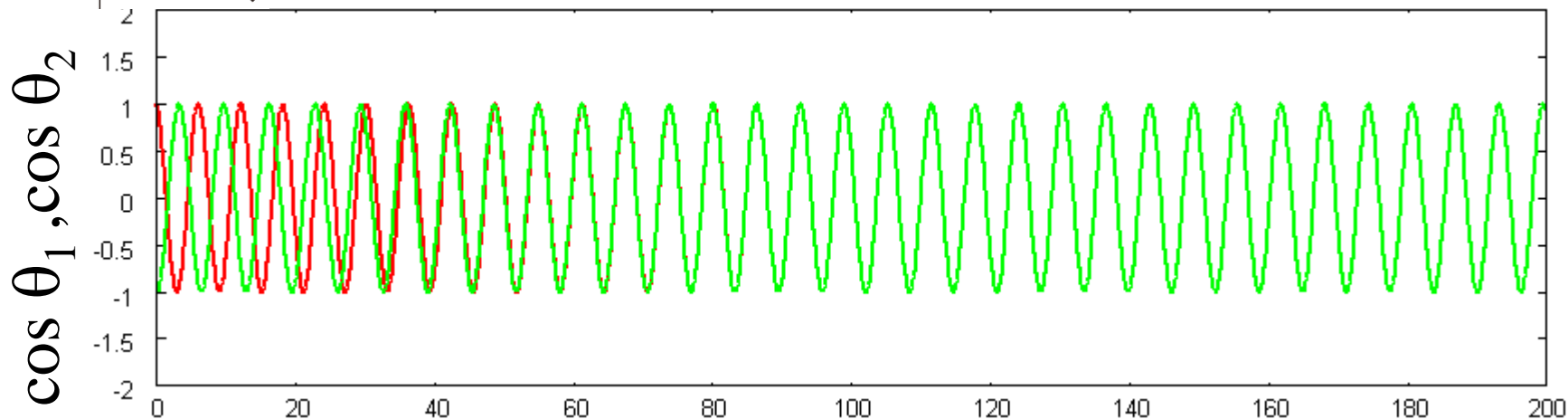
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{array} \right.$$

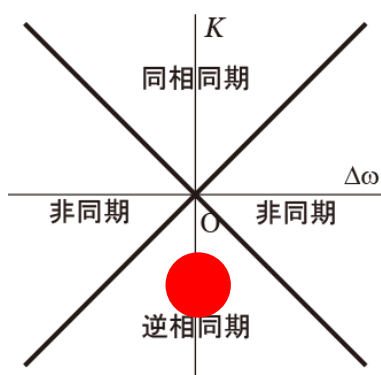


$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}$$

$$\omega_1 = \omega_2 = 1$$

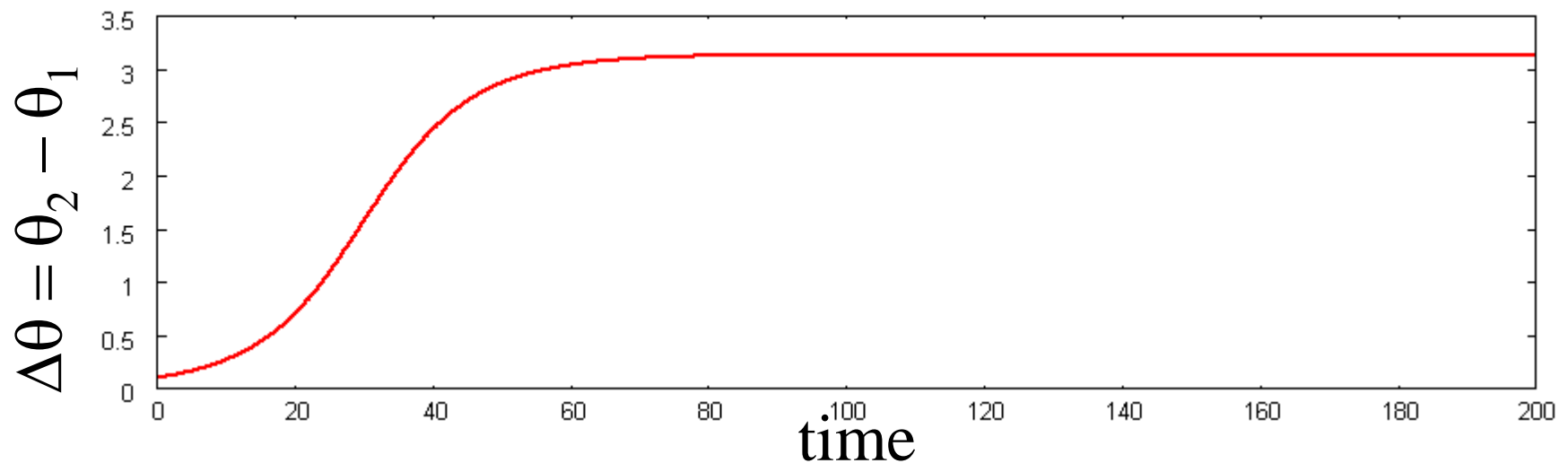
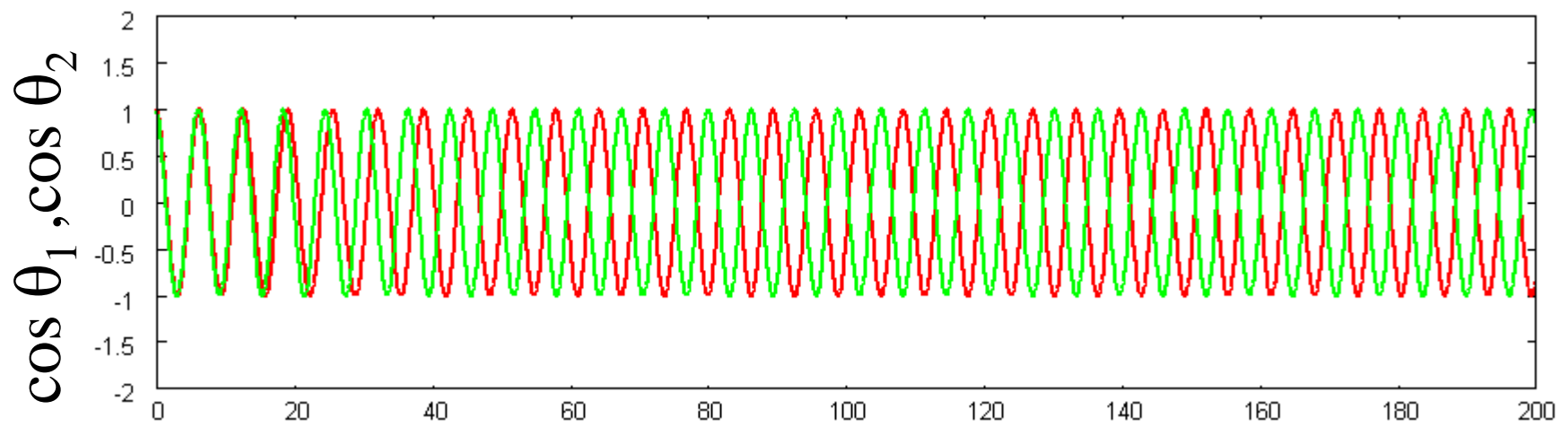
$$K = 0.05$$

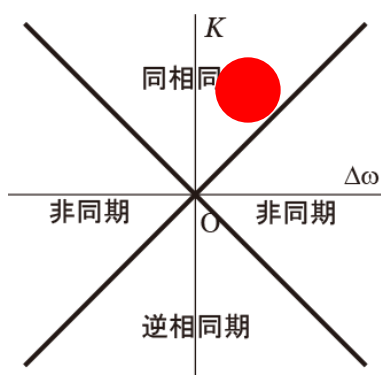




$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 = 1 \\ K &= -0.05 \end{aligned}$$

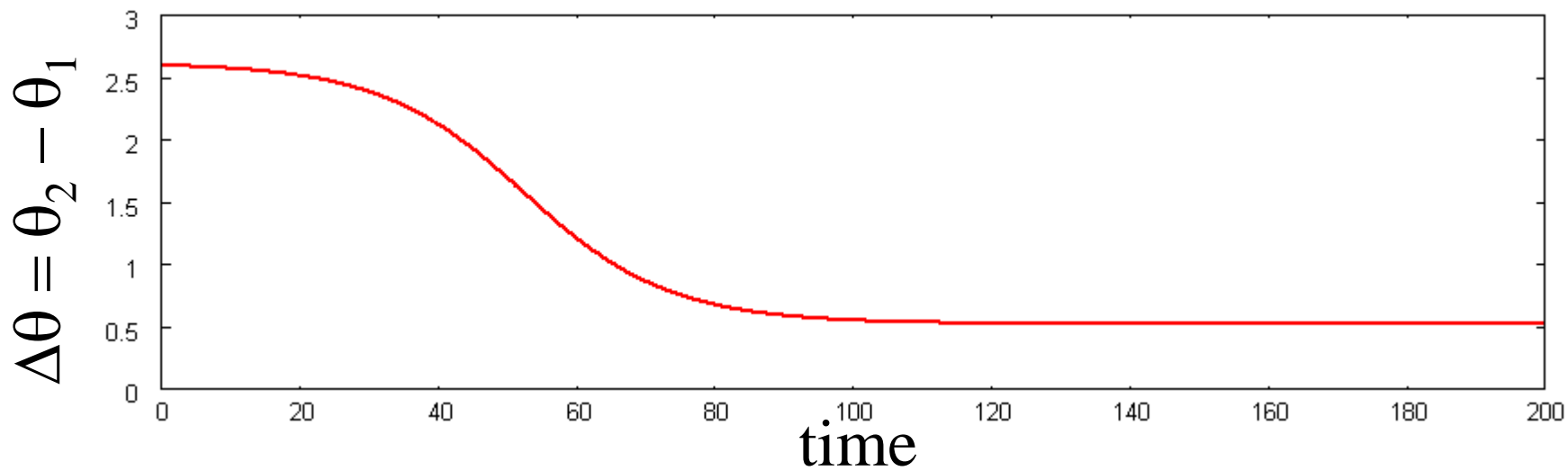
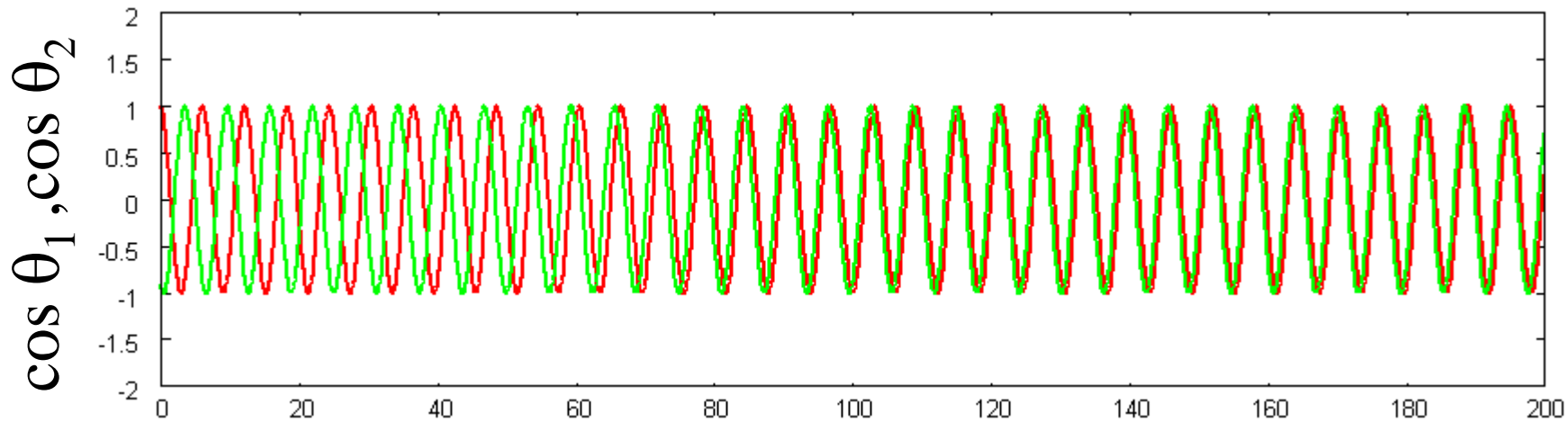


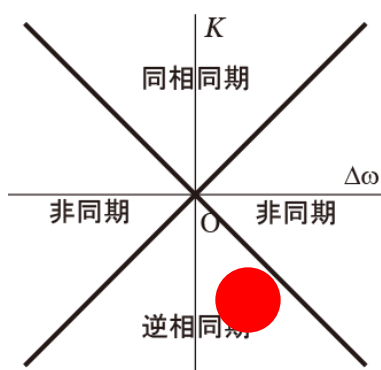


$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}$$

$$\omega_1 = 1, \quad \omega_2 = 1.05$$

$$K = 0.05$$

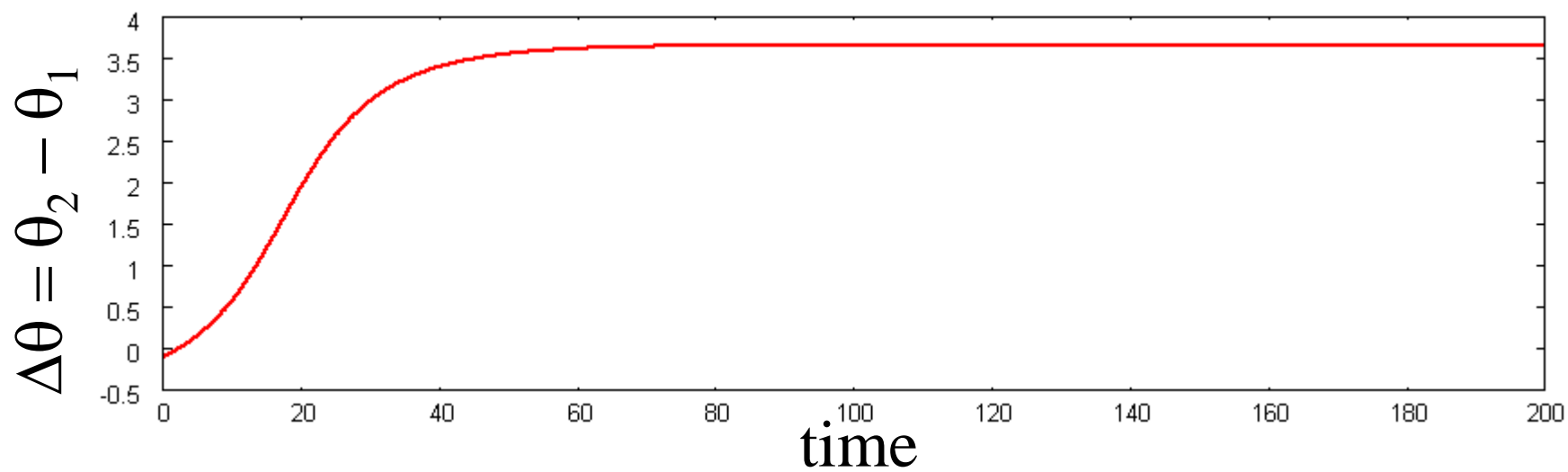
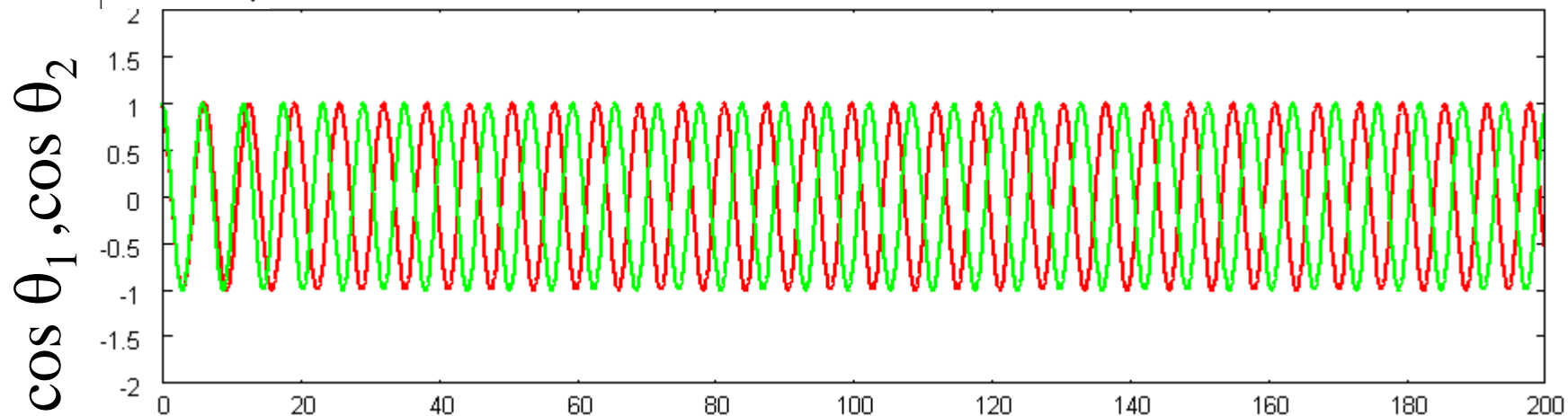


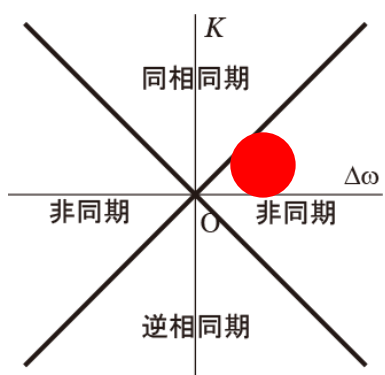


$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}$$

$$\omega_1 = 1, \omega_2 = 1.05$$

$$K = -0.05$$

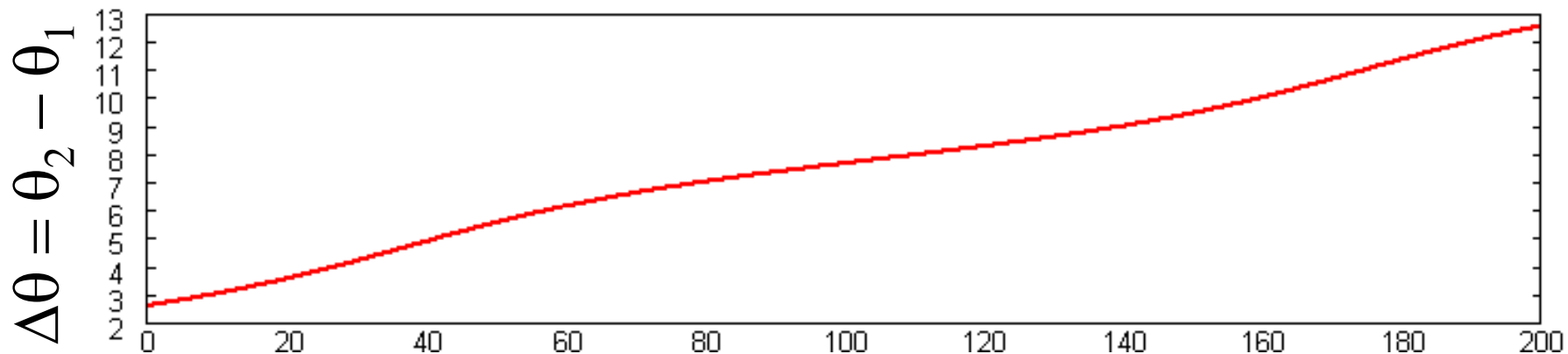
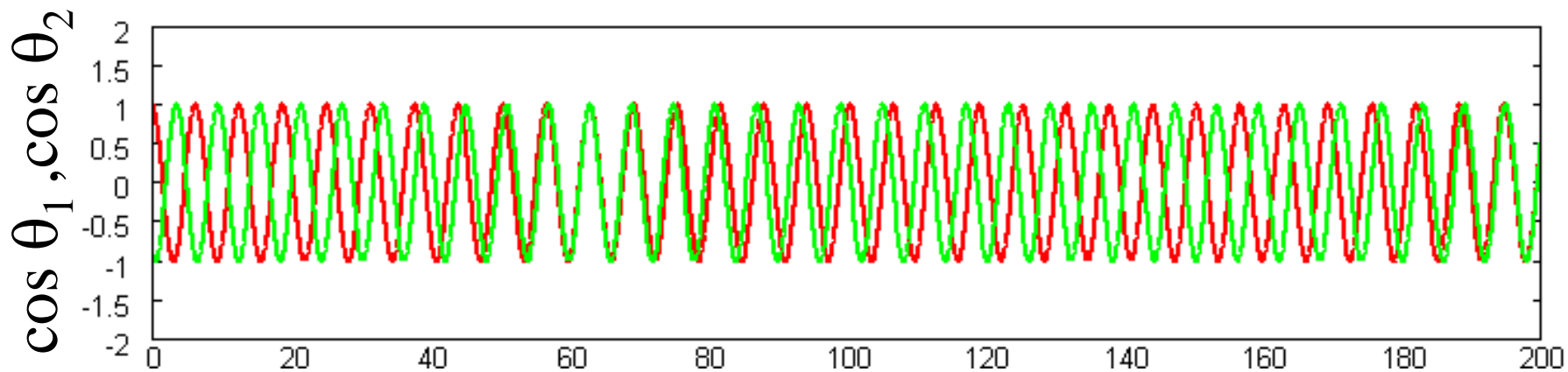




$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 + K \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 + K \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}$$

$$\omega_1 = 1, \omega_2 = 1.05$$

$$K = 0.01$$



time

摂動 ε が $+x$ の方向

$$\varepsilon = \epsilon \mathbf{e}_x$$

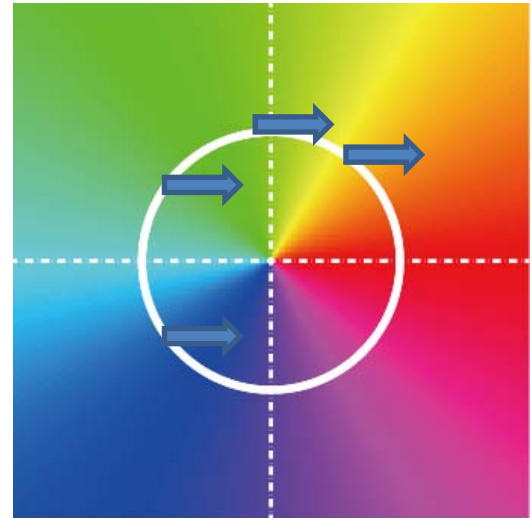
なら

$$h(\theta, \varepsilon) = \varepsilon \cdot \nabla \theta$$

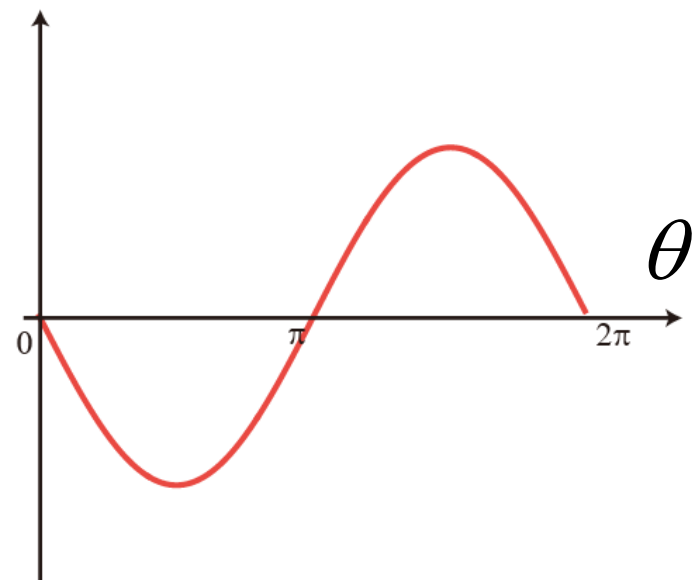
$$= \epsilon \mathbf{e}_x \cdot \nabla \theta$$

$$= \frac{-\epsilon y}{x^2 + y^2}$$

$$= -\epsilon \frac{\sin \theta}{\sqrt{a}}$$



$h(\theta, \varepsilon)$



van der Pol方程式

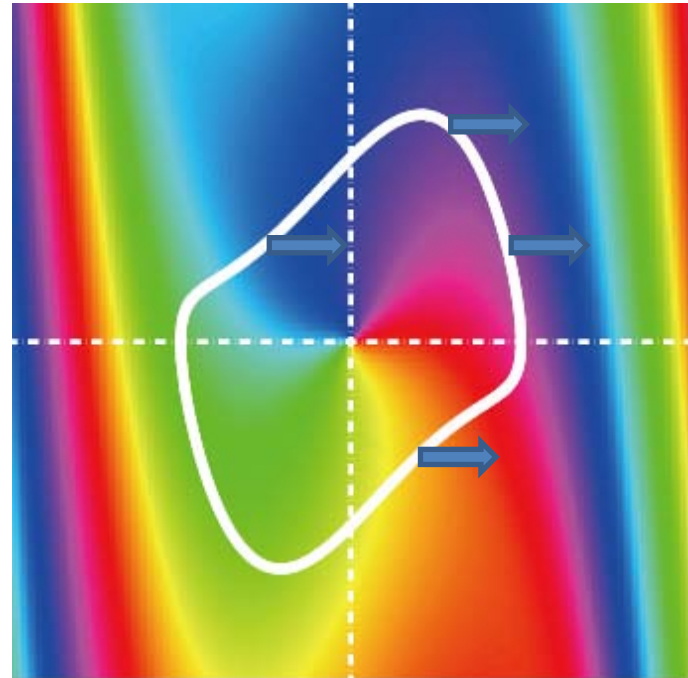
$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \gamma (\mathbf{x}^2 - 1) \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{x} = 0$$

$\gamma = 1$ とする。

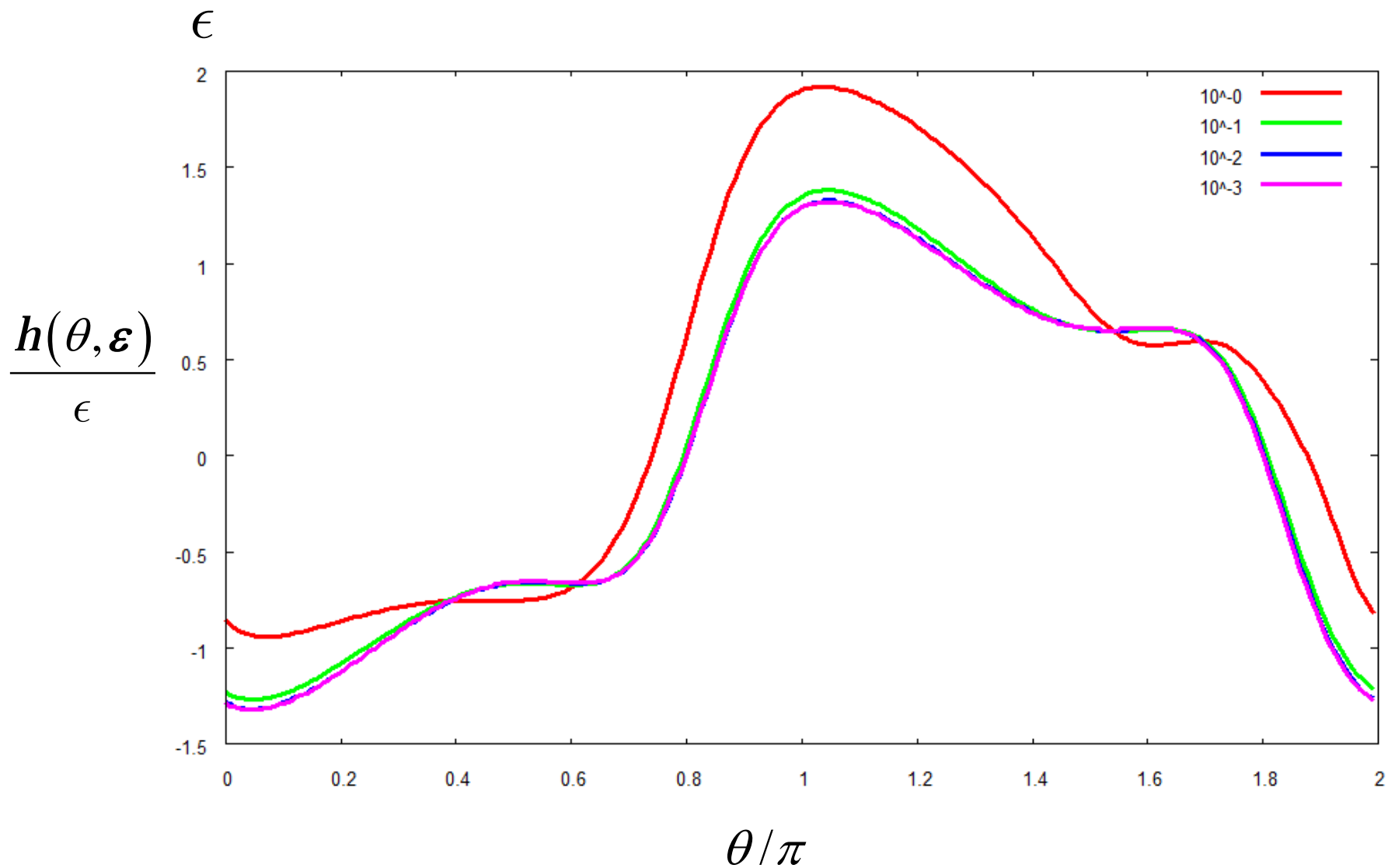
摂動 \mathbf{I} が $+x$ の方向

$$\mathbf{I} = \epsilon \mathbf{e}_x$$

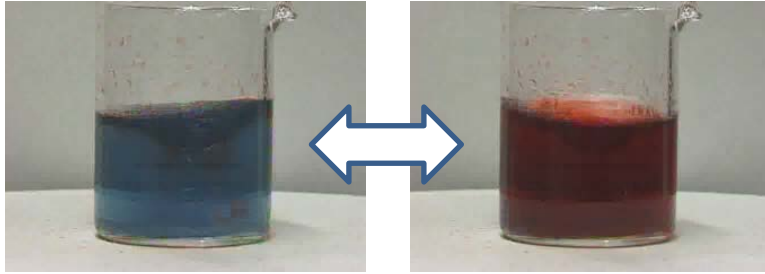
とする。



$h(\theta, \varepsilon)$ の数値計算結果



具体(現象)から抽象(理論)へ



BZ反応

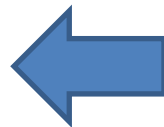
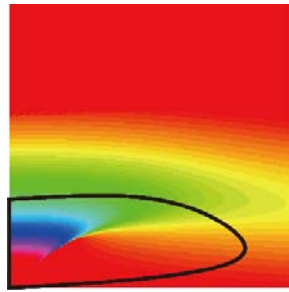
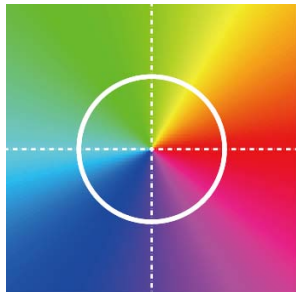
化学反応式 (物質に近いモデル)

- (R1) $\text{Br}^- + \text{HOBr} + \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{Br}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- (R2) $\text{Br}^- + \text{HBrO}_2 + \text{H}^+ \rightleftharpoons 2\text{HOBr}$
- (R3) $\text{Br}^- + \text{BrO}_3^- + 2\text{H}^+ \rightleftharpoons \text{HOBr} + \text{HBrO}_2$
- (R4) $2\text{HBrO}_2 \rightleftharpoons \text{HOBr} + \text{BrO}_3^- + \text{H}^+$
- (R5) $\text{HBrO}_2 + \text{BrO}_3^- + \text{H}^+ \rightleftharpoons 2\text{BrO}_2 \cdot + \text{H}_2\text{O}$
- (R6) $\text{BrO}_2 \cdot + \text{Ce}^{3+} + \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{HBrO}_2 + \text{Ce}^{4+}$
- (R7) $\text{BrO}_2 \cdot + \text{Ce}^{4+} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{BrO}_3^- + \text{Ce}^{3+} + 2\text{H}^+$
- (R8) $\text{Br}_2 + \text{CH}_2(\text{COOH})_2 \rightarrow \text{BrCH}(\text{COOH})_2 + \text{Br}^- + \text{H}^+$
- (R9) $6\text{Ce}^{4+} + \text{CH}_2(\text{COOH})_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 6\text{Ce}^{3+} + \text{HCOOH} + 3\text{CO}_2 + 6\text{H}^+$
- (R10) $4\text{Ce}^{4+} + \text{BrCH}(\text{COOH})_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 4\text{Ce}^{3+} + \text{HCOOH} + \text{Br}^- + 2\text{CO}_2 + 5\text{H}^+$



Stuart-Landau方程式 (位相記述・分岐理論)

Oregonator (断熱近似・無次元化)



$$\frac{dU}{dt} = f(U, V)$$

$$\frac{dV}{dt} = g(U, V)$$

$$f(U, V) = \frac{1}{\varepsilon} \left(U(1-U) - fV \frac{U-q}{U+q} \right)$$

$$g(U, V) = U - V$$

U : $[\text{HBrO}_2]$

V : $[\text{Fe}(\text{phen})_3^{3+}]$

青色

集中講義「非平衡系の統計物理学」

講師：佐野 雅己 教授（東京大学大学院理学系研究科）

日時：2012年2月15日（水）～17日（金） 9:30～

場所：理学部2号館3階会議室（15,16日）
理学部1号館2階121号室（17日）

本講義では、非線形非平衡系において現れる秩序と乱れに着目し、それらを理解するための枠組みと、最近の話題である情報論との関係について紹介する。まず、非線形非平衡系における自発的な秩序と乱れの発生の例について概観し、共通する性質として対称性の破れを生み出す不安定性や分岐の概念について述べる。また、ゆらぎが無視できない微小系で成り立つ非平衡関係式とその応用、情報概念を含む熱力学とその例としてのマックスウェルの悪魔の実験などにも触れる。最後に不安定性とゆらぎの両者が現れる興味深い現象について述べる。

1. 横糸としての非線形科学(非対称性を生み出す不安定性)
2. 非線形非平衡系: マクロとミクロ
3. 統計力学と情報エントロピー、エントロピー生成
4. 平衡と非平衡をつなぐ関係式: Jarzynski等式
5. ゆらぎの定理、非平衡関係式とその応用
6. 情報から仕事を取り出す: 情報熱力学
7. マックスウェルの悪魔の実験
8. 細胞運動と情報: 細胞運動はランダムか
9. 自己駆動粒子の振る舞い
10. アクティブマターとは