

物性物理学C 第2回レポート

提出期限: 2013年1月25日(金)17:00まで
提出先: 理学部2号館402号室(北畑)

以下の問題から3題以上を選んで解答しなさい。

I. 次の力学系の固定点をすべて求め、それぞれの安定性を調べなさい。

(i) $\frac{dx}{dt} = x - x^3$

(ii) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = (a - y^2)y - x \end{cases}$ (a の値で場合分けすること)

(iii) $\frac{dx}{dt} = -x^3$

(これは講義中扱わなかったものです。考えてみてください。)

II. 微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = 1 - x^2$$

は解析的に解くことができる。ただし、 $t = 0$ で $x = x_0 (x_0 > -1)$ であるとする。

(i) この方程式を解析的に解き、 $t \rightarrow \infty$ の極限での値を求めなさい。

(ii) この方程式の固定点を求め、 $y = 1 - x^2$ のグラフの形状を考えることにより長時間の挙動を議論し、厳密解と比べなさい。

III. Stuart-Landau 方程式は、さらに一般的には

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - \omega y - (x^2 + y^2)(x - by) \\ \frac{dy}{dt} = ay + \omega x - (x^2 + y^2)(y + bx) \end{cases}$$

と書ける。ただし、 $\omega > ab \geq 0$ とする。

(i) 極座標 (r, θ) を $x = r \cos \theta$ 、 $y = r \sin \theta$ となるように定義する。 r 、 θ での方程式として表しなさい。

(ii) このときのリミットサイクルの形状、およびその周期 T を求めなさい。

IV. 位相記述された2つの振動子が下の式のような相互作用をしている。

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \omega + K \sin(\theta_2 - \theta_1 - \alpha) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega + K \sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha) \end{cases}$$

どのような同期現象が見られると予想されるか？ただし、 $K > 0$ であるとする。

V. 次の写像力学系の固定点を求め、安定性を議論しなさい。

- (i) $a_{n+1} = 5a_n - a_n^3$
- (ii) $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{k}{2a_n^2}$ (これは少し難しいかもしれません。)

VI. 次あげる内容のうち一つを選んで数値計算を行いなさい。その結果をわかりやすく示しなさい。

- (a) 結合させたリミットサイクル振動子
- (b) チューリング (Turing) パターン
- (c) ロジスティック写像によるカオス

VII. 次あげるキーワードのうち一つを選び、その内容をできるだけ詳しく説明しなさい。数式を用いて説明すること。

- (a) 位相応答曲線
- (b) ストレンジアトラクター (Strange attractor)
- (c) フラクタル次元 (fractal dimension)

講義に対する感想、要望などあれば書いてください (成績には反映されません)

レポートは2月12日(月)以降に2号館402号室まで取りに来てください。また、成績に関する問い合わせの掲示をする可能性があるため、2月6日(水)~2月8日(金)の間に必ず理学部1号館122号室前の掲示板を確認してください。なお、個人名、学籍番号を掲示されたくない人は、レポート提出時にその旨連絡してください。また、その際は必ずこちらから連絡がとれる連絡先(メールアドレスなど)も合わせて連絡してください。

講義のシラバス・資料など : <http://cu.phys.s.chiba-u.ac.jp/lecture/busseiC/>

北畑の連絡先 : [kitahata@physics.s.chiba-u.ac.jp](mailto:kurahata@physics.s.chiba-u.ac.jp), TEL:043-290-3723