

## 物性物理学C 第1回レポート

提出期限: 2014年12月2日(火) 講義開始まで  
提出先: 理学部2号館402号室(北畑) 又は講義開始時に提出

以下の問題から3題以上を選んで解答しなさい。

- I. 周囲と断熱され、大きさも固定された箱があり、自由に動いて熱も自由に通ず仕切りで仕切られている(講義中は熱だけ通せて自由に動けないとした)。仕切られたそれぞれの系を系1、系2とする。
- (a) 孤立系では系全体のエントロピー  $S$  が最大であること、エントロピーが示量変数であることを用いて、平衡状態では、系1と系2の圧力と温度が等しいことを示しなさい。
- (b) 初期に系1と系2の温度が  $T$  で等しいとき、系1の圧力を  $p_1$ 、系2の圧力を  $p_2$  として、 $p_1 > p_2$  ならば仕切りがどちらに動くかを、孤立系ではエントロピー  $S$  が増大することを用いて説明しなさい。
- II. 1次元の格子上でのランダムウォークを考える。格子の間隔は1とし、初期において  $x_0 = 0$  と仮定する。すると以下の式に従って時間発展する。

$$x_{i+1} = x_i + \xi_i$$

ただし、ランダムな力  $\xi_i$  は

$$\xi_i = \begin{cases} 1 & \left( \begin{array}{l} \text{確率} \\ \frac{a}{2} \end{array} \right) \\ 0 & \left( \begin{array}{l} \text{確率} \\ 1-a \end{array} \right) \\ -1 & \left( \begin{array}{l} \text{確率} \\ \frac{a}{2} \end{array} \right) \end{cases}$$

で時間相関がないとする。ただし、 $0 < a < 1$  である。このときの、確率の分布の平均  $\langle x_n \rangle$ 、分散  $\langle (x_n - \langle x_n \rangle)^2 \rangle$  を求めなさい。

- III. II. と同様の1次元の格子上でのランダムウォークを考える。このとき、離散的な時刻  $i$  において、サイト(格子点)  $n$  にいる確率を  $P(n, i)$  とする。ただし、 $n$  と  $i$  は整数である。
- (a)  $P(n, i+1)$  を  $P(n, i)$ 、 $P(n+1, i)$ 、 $P(n-1, i)$  を用いて表しなさい。
- (b) 離散的な時間  $i$  の間隔を  $\Delta t$  とし、離散的な空間  $n$  の間隔を  $\Delta x$  とする。 $\frac{\Delta x^2}{\Delta t} = C$  を一定として、 $\Delta t$  と  $\Delta x$  を0に近づけたときに得られる方程式を求めなさい。

#### IV. 1次元系での拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

を考える。無限系における Green 関数は

$$G(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

と書ける。これを用いて、以下の初期条件のときの拡散方程式の解を求めなさい。

(a)  $u(x, 0) = u_0 \exp(-ax^2)$

(b)  $u(x, 0) = u_0 \cos x$

#### V. 時間にもよらない外力 $-ax$ を受けているときの 1次元ランジュバン方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} - ax + \xi(t)$$

において、 $m$  が十分小さい時には

$$\gamma \frac{dx}{dt} = -ax + \xi(t)$$

と近似できる。この方程式について、 $t > 0$  に対する  $\langle x(t) \rangle$ 、 $\langle (x(t) - \langle x(t) \rangle)^2 \rangle$  をそれぞれ求めなさい。ただし、 $x(0) = 0$  とし、ノイズ  $\xi(t)$  は時間相関がないとする。すなわち、 $\langle \xi(t) \rangle = 0$ 、 $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2M\delta(t-s)$  である。

#### VI. 次にあげる内容のうち一つを選び、計算機を用いて数値計算を行った結果を示しなさい。ただし、どのようにプログラムを作ったかのアルゴリズムについても簡単に記述すること。

(a) ランダムウォーク

(b) 拡散方程式

#### VII. 次にあげるキーワードのうち一つを選んで、教科書などを調べ、その内容をできるだけ詳しく説明しなさい。

(a) 揺動散逸定理

(b) エントロピー生成

講義に対する感想、要望などあれば書いてください（成績には反映されません）

講義のシラバス・資料など：<http://cu.phys.s.chiba-u.ac.jp/lecture/busseiC/>

北畑の連絡先：[kitahata@physics.s.chiba-u.ac.jp](mailto:kitahata@physics.s.chiba-u.ac.jp), TEL:043-290-3723