

物性物理学C 第2回レポート

提出期限: 2015年1月30日(金)

提出先: 理学部2号館402号室(北畑)

以下の問題から3題以上を選んで解答しなさい。

I. 次の力学系の固定点をすべて求め、それぞれの安定性を調べなさい。

(a) $\frac{dx}{dt} = x - x^3$

(b) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - x^3 - y \\ \frac{dy}{dt} = x \end{cases}$

(c) $\frac{dx}{dt} = -x^n$ (n は自然数) (これは講義中扱わなかったものです。考えてみてください。)

II. Stuart-Landau 方程式を複素数で書くと、

$$\frac{dz}{dt} = (a + i\omega)z - (1 + ib)|z|^2 z$$

と書ける。(ここでは $a > 0$ 、 $|ab| < \omega$ とする。)

(a) $z = x + iy$ とおき、この方程式の実部、虚部をとることにより、 x と y に関する力学系を書きなさい。

(b) $z = re^{i\theta}$ とおいて、 r 、 θ での方程式として表しなさい。(複素共役を計算すると計算しやすい)

(c) このときのリミットサイクルの形状、およびその周期 T を求めなさい。

III. 位相記述された振動子に角振動数 Ω で周期的に力を加えることを考える。ただし、 $\Omega > \omega$ とする。すなわち、

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + K \sin(\Omega t - \theta)$$

ただし、 $K > 0$ とする。このとき、外力の周期に追従して振動する場合(同期)と、追従しない場合(非同期)が見られる。それぞれの条件を K の値の大きさによって分類しなさい。また、同期する場合、外力の位相 Ωt に対して、考えている振動子の位相 θ がどのような関係になるか求めなさい。(ヒント: $\Delta\theta = \theta - \Omega t$ とおいて考えると見通しが立てやすい。)

IV. 次の写像力学系の固定点を求め、安定性を議論しなさい。

(a) $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{2}a_n$

(b) $a_{n+1} = (a_n - 2)^2$

(c) $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{k}{2a_n} \quad (k > 0)$ (これは少し難しいかもしれません。)

V. 次にあげる内容のうち一つを選んで数値計算を行いなさい。その結果をわかりやすく示しなさい。

(a) チューリング (Turing) パターン

(b) ロジスティック写像によるカオス

VI. 次にあげるキーワードのうち一つを選び、その内容をできるだけ詳しく説明しなさい。数式を用いて説明すること。

(a) 化学反応波 (chemical wave)

(b) ダフィン方程式 (Duffing equation)

(c) パイコね変換 (baker's transformation)

講義に対する感想、要望などあれば書いてください (成績には反映されません)

レポートは2月4日(水)~13日(金)に2号館402号室まで取りに来てください。(9,10日は修士論文発表会のため不在にするときが多いです。)講義のシラバス・資料など: <http://cu.phys.s.chiba-u.ac.jp/lecture/busseiC/>
北畑の連絡先: kurahata@physics.s.chiba-u.ac.jp, TEL:043-290-3723