

2019.1.24

物性物理学C

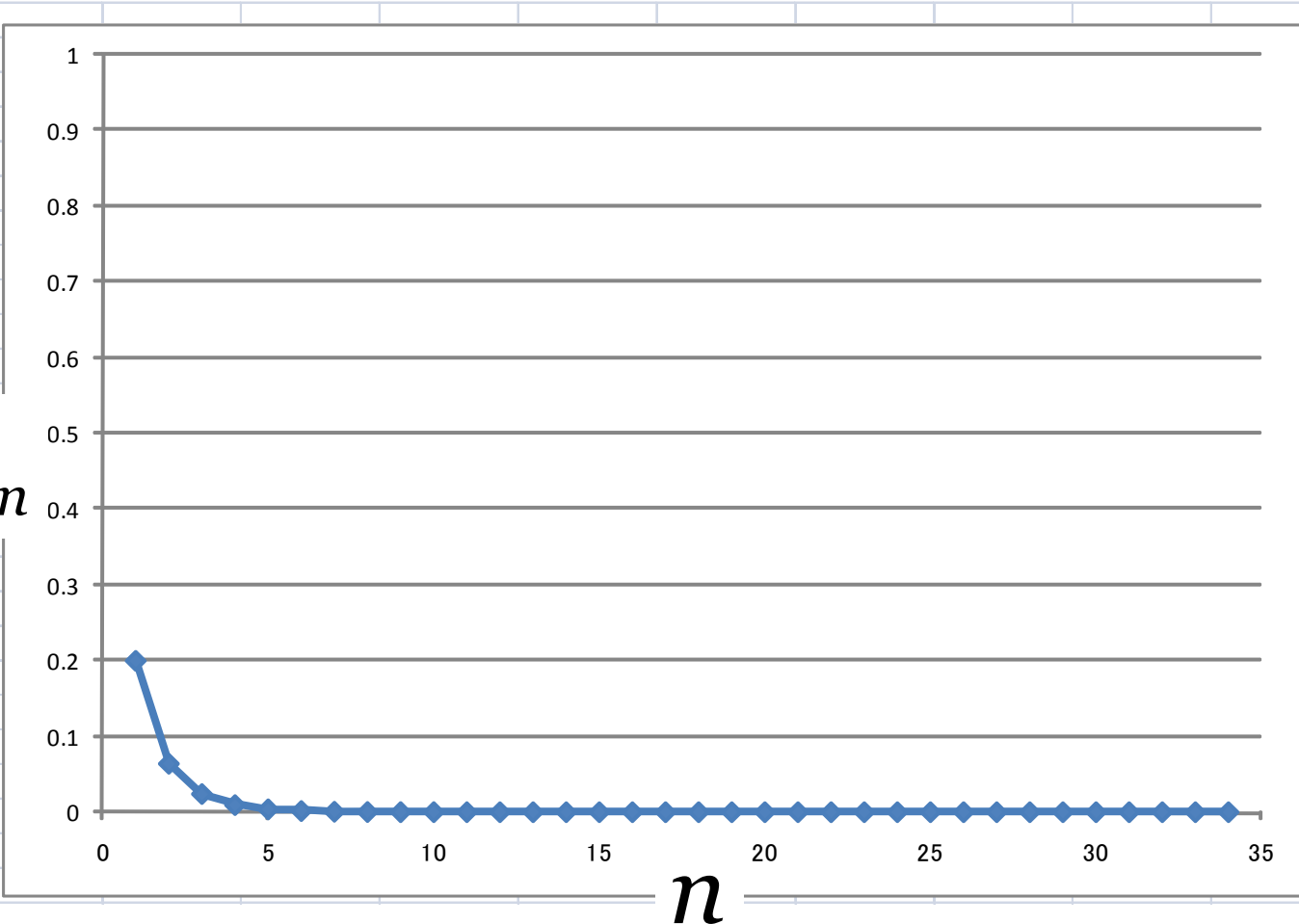
カオス と フラクタル

ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 0.4$$

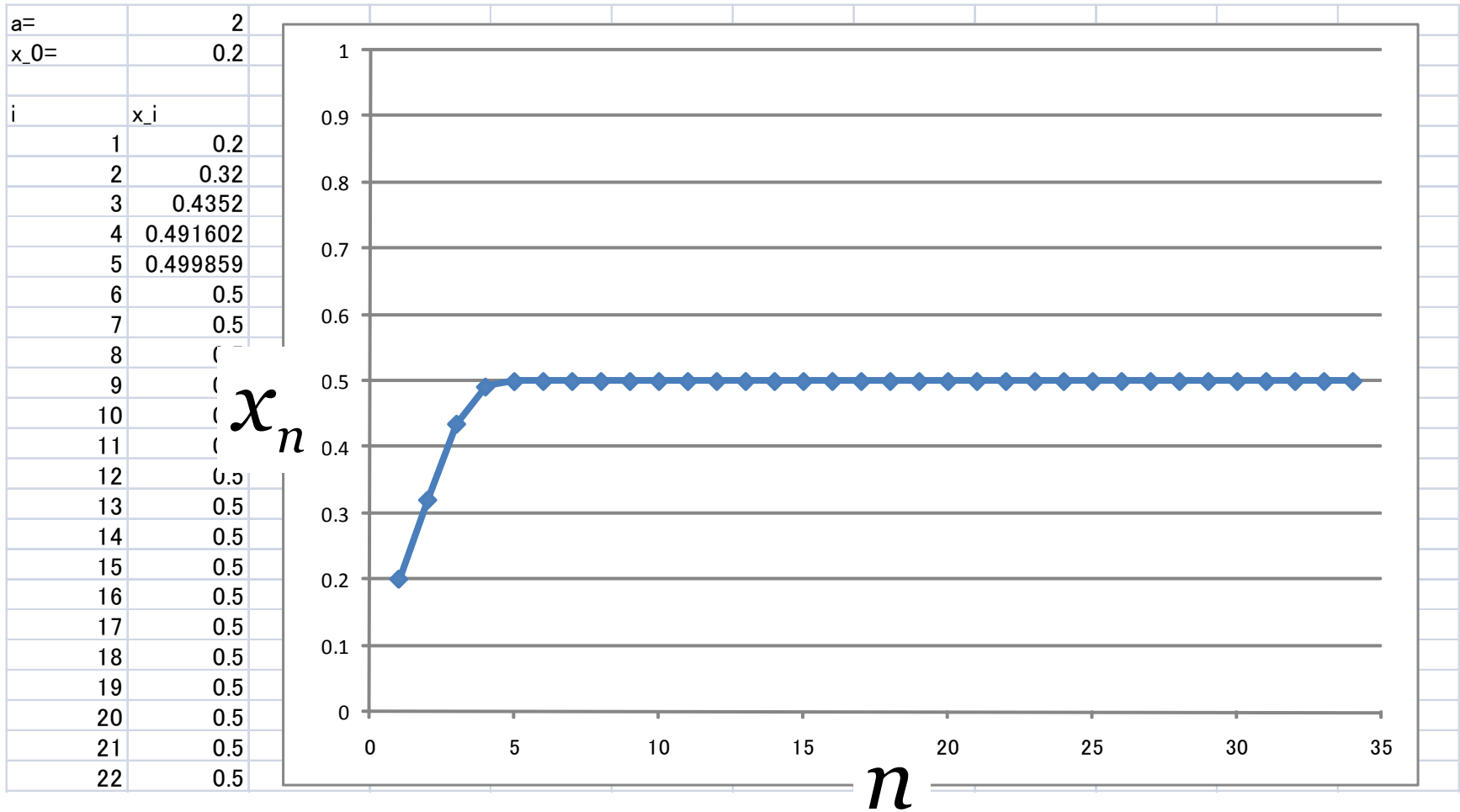
a=	0.4
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.064
3	0.023962
4	0.009355
5	0.003707
6	0.001477
7	0.00059
8	0.0002
9	9.43E-5
10	3.77E-5
11	1.51E-5
12	6.04E-6
13	2.41E-6
14	9.66E-7
15	3.86E-7
16	1.55E-7
17	6.18E-8
18	2.47E-8
19	9.89E-9
20	3.96E-9
21	1.58E-9
22	6.33E-10

x_n



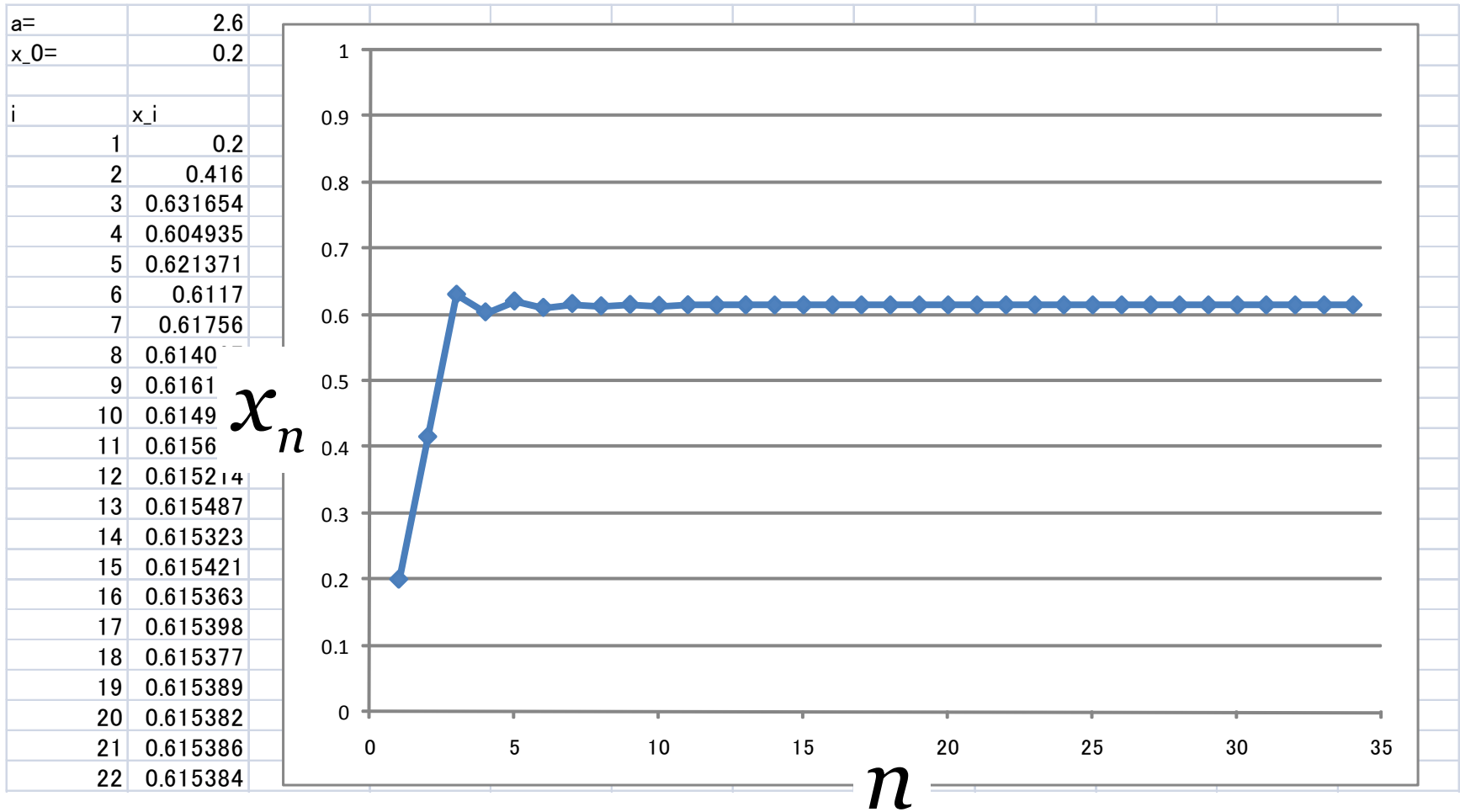
ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 2.0$$



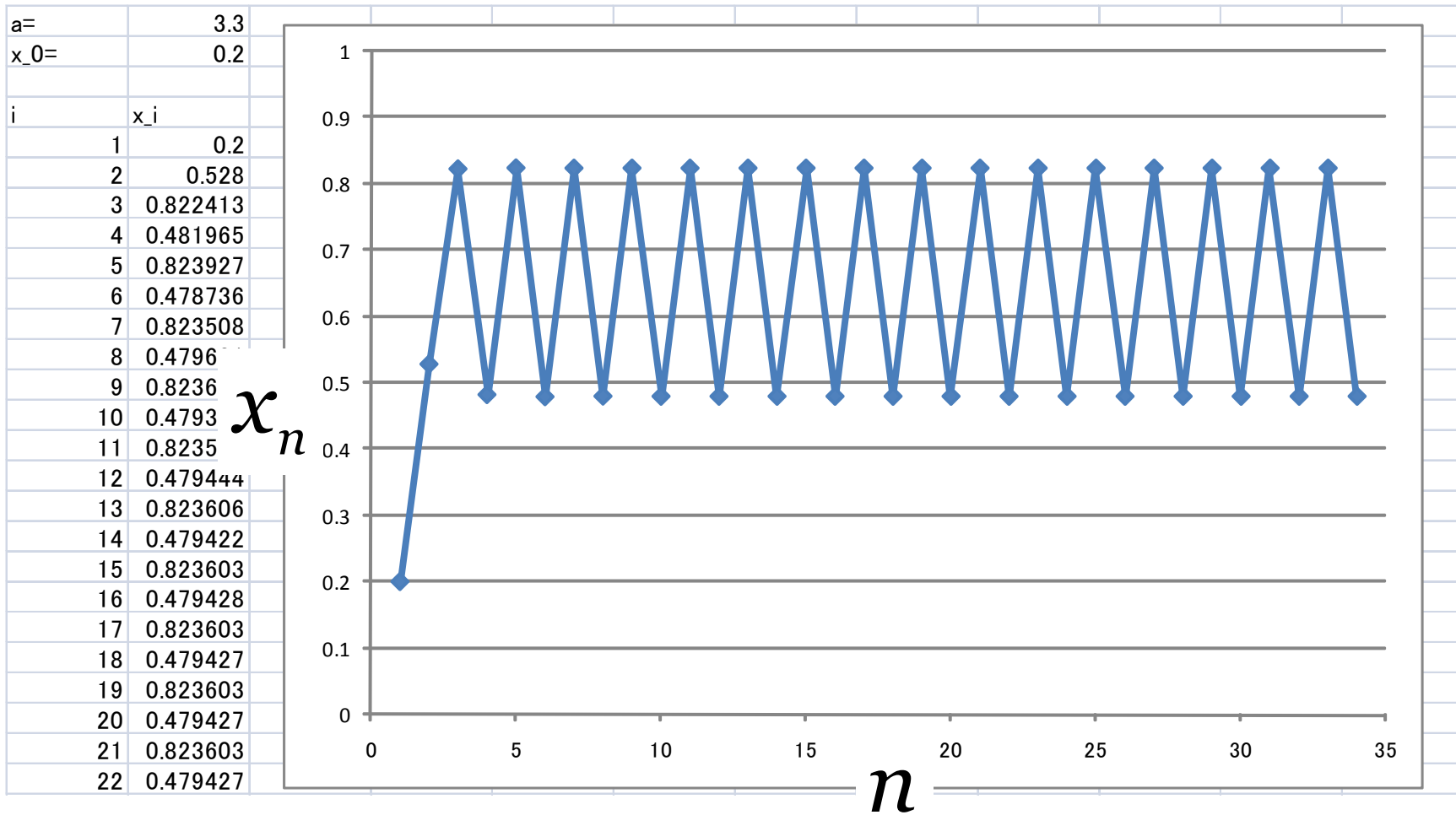
ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 2.6$$



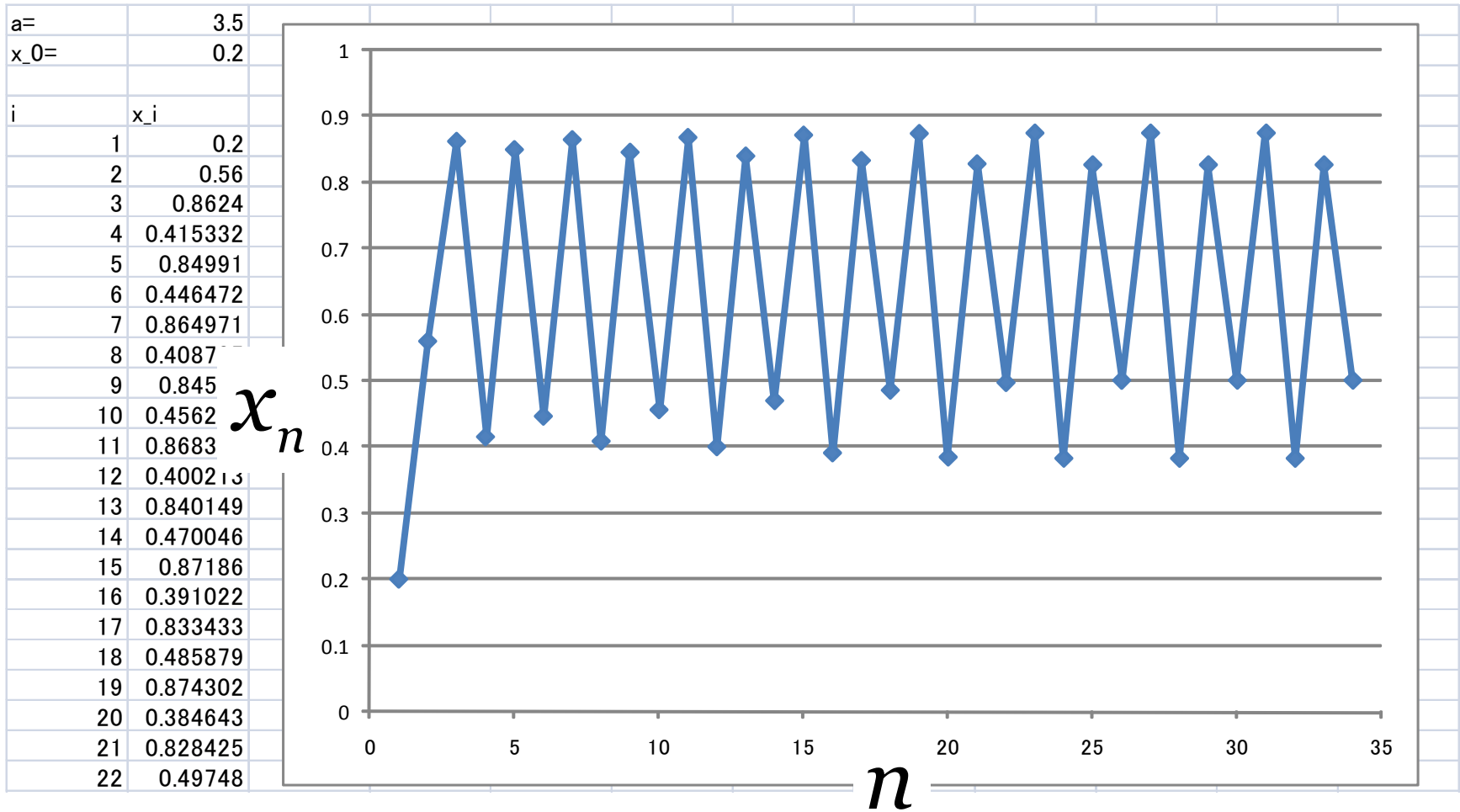
ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.3$$



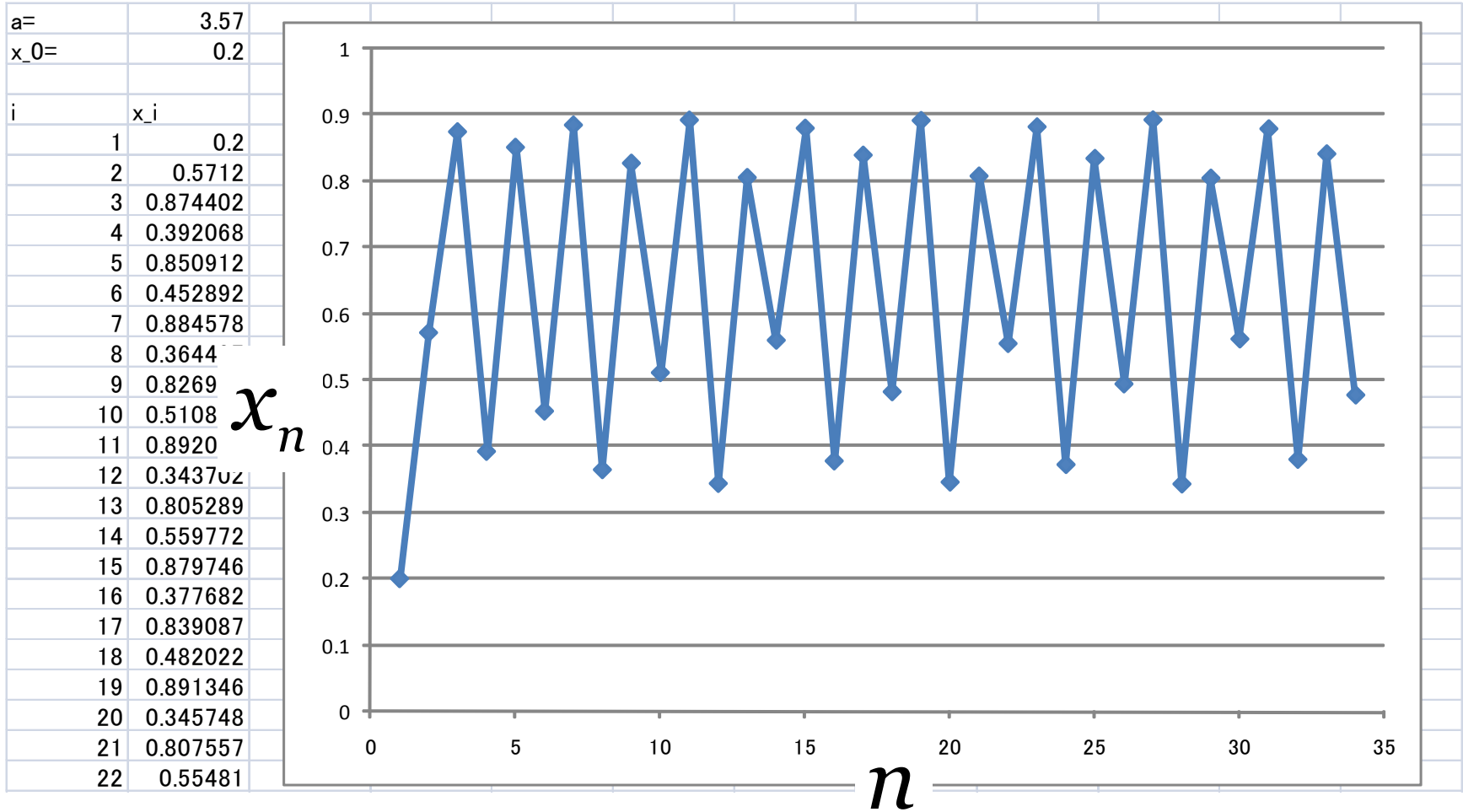
ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.5$$



ロジスティック写像

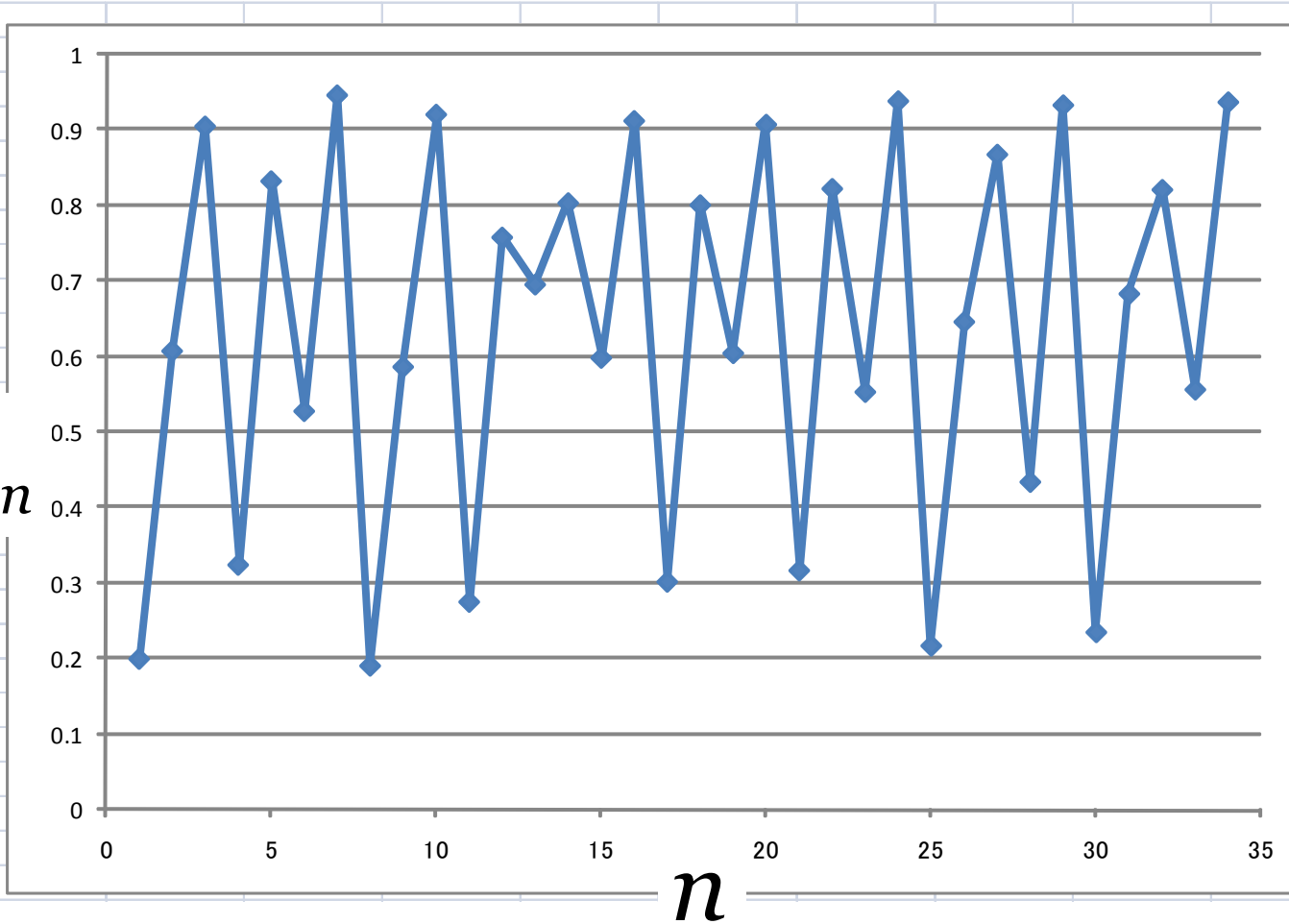
$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.57$$



ロジスティック写像

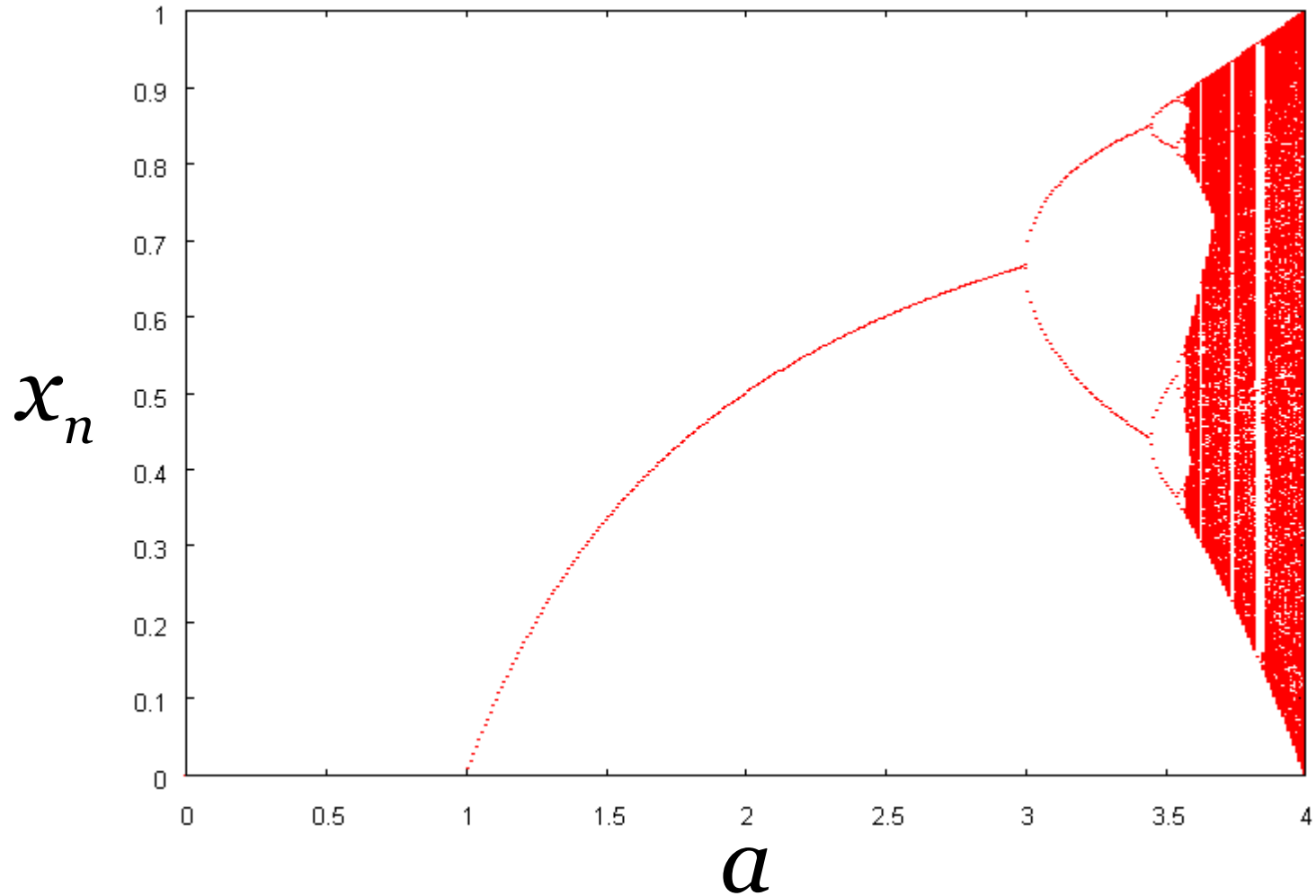
$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad a = 3.8$$

a=	3.8
x_0=	0.2
i	x_i
1	0.2
2	0.608
3	0.905677
4	0.32462
5	0.833119
6	0.52832
7	0.946952
8	0.1908
9	0.5869
10	0.9212
11	0.2755
12	0.7585
13	0.696014
14	0.803998
15	0.598823
16	0.912889
17	0.302186
18	0.801304
19	0.60502
20	0.908089
21	0.31716
22	0.822964

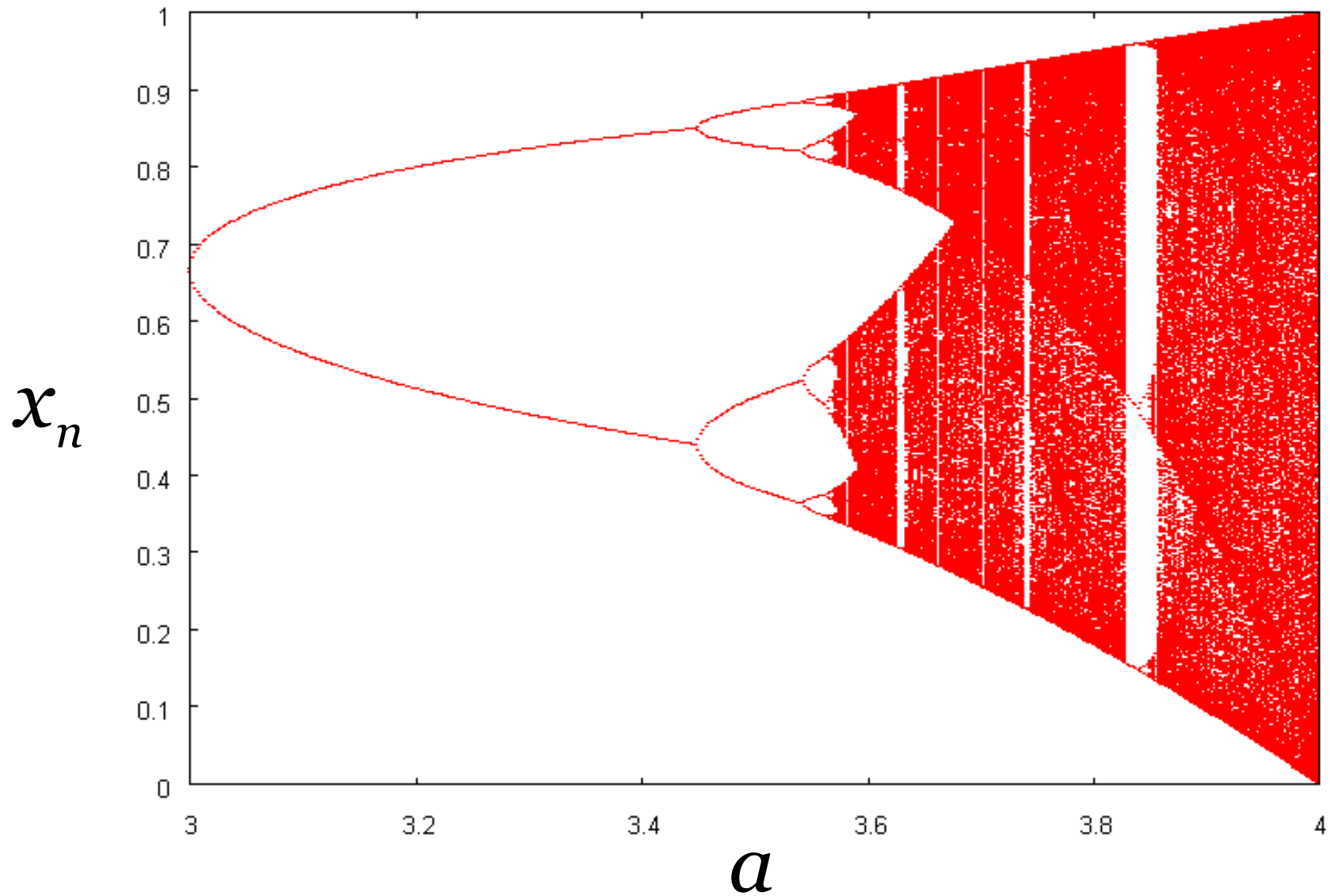


ロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \text{ の収束点}$$



$3 < a < 4$ の拡大図



ローレンツカオス

$$\frac{dx}{dt} = -\sigma(x - y)$$

$$\frac{dy}{dt} = -y - xz + rx$$

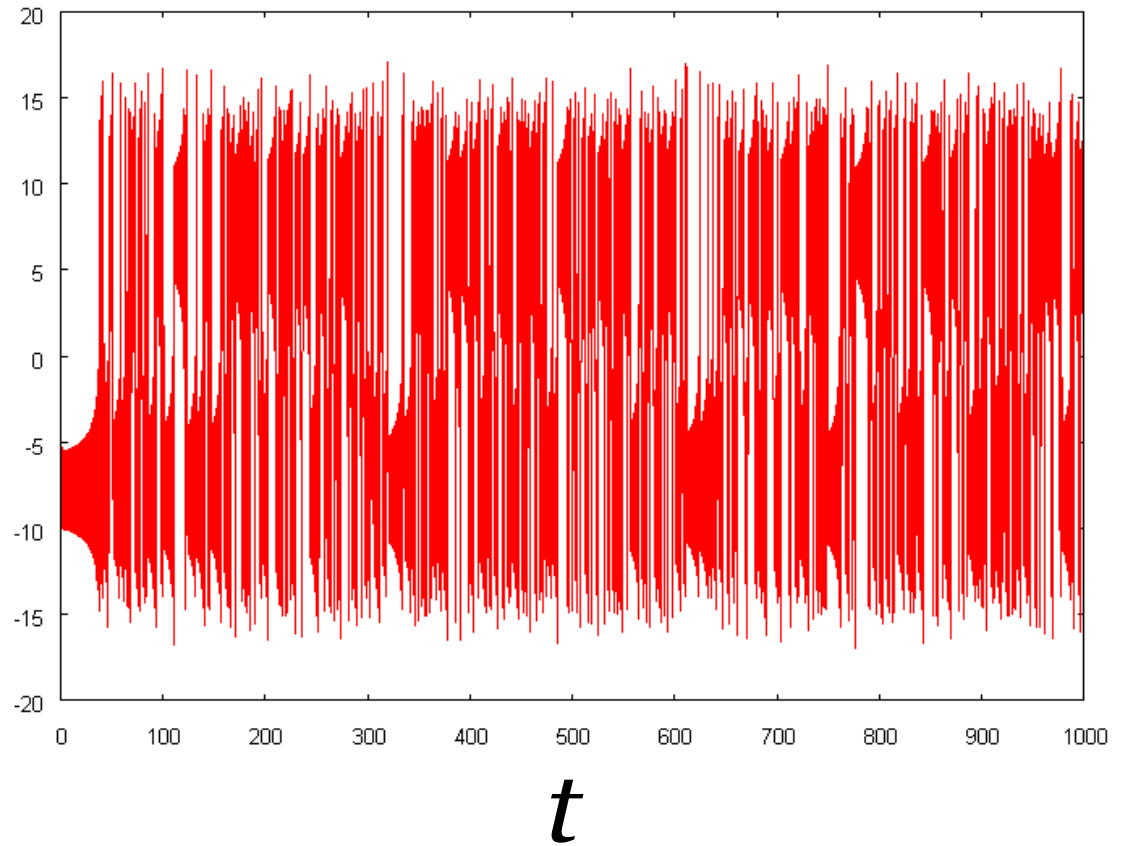
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

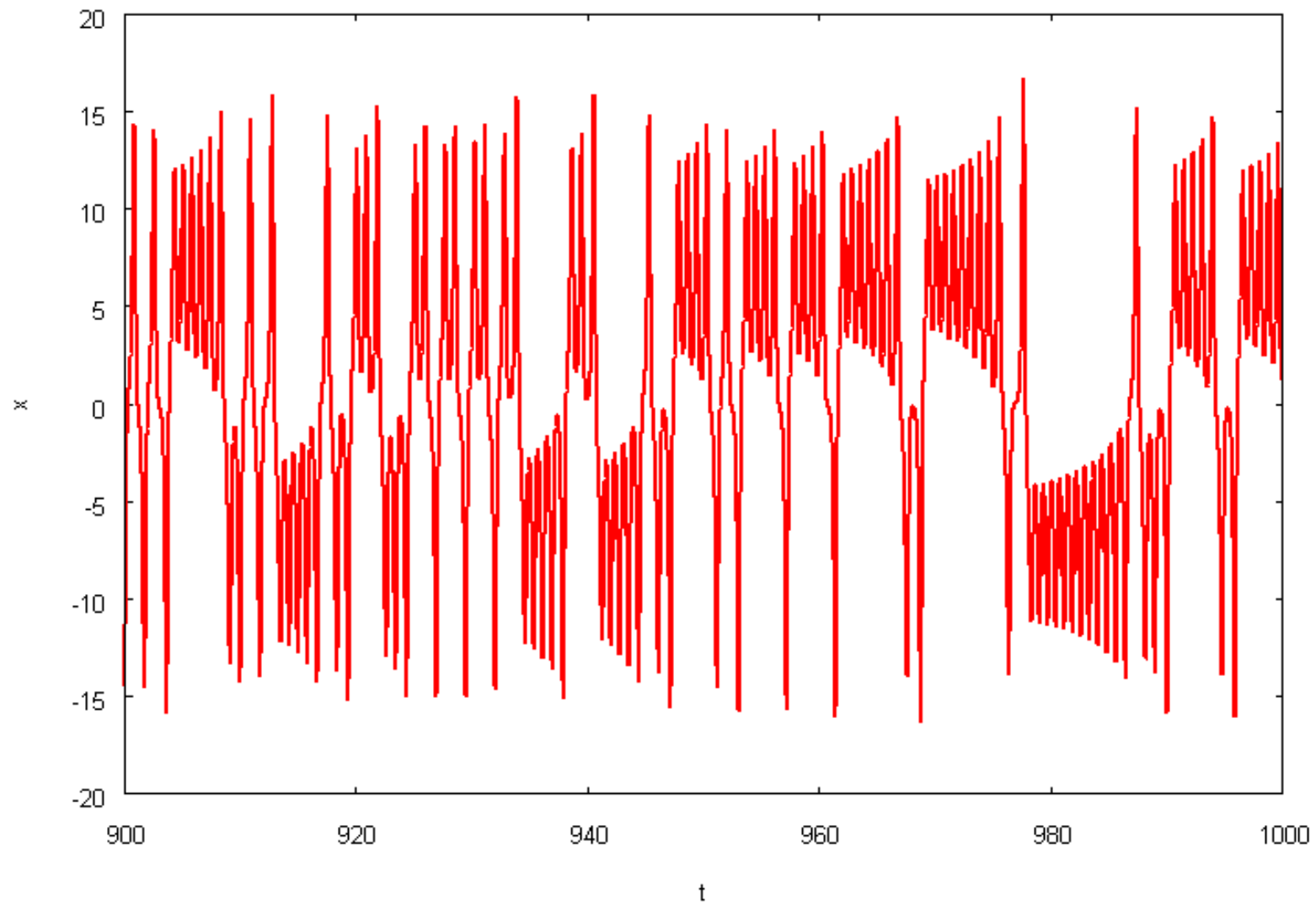
x

$$\sigma = 10$$

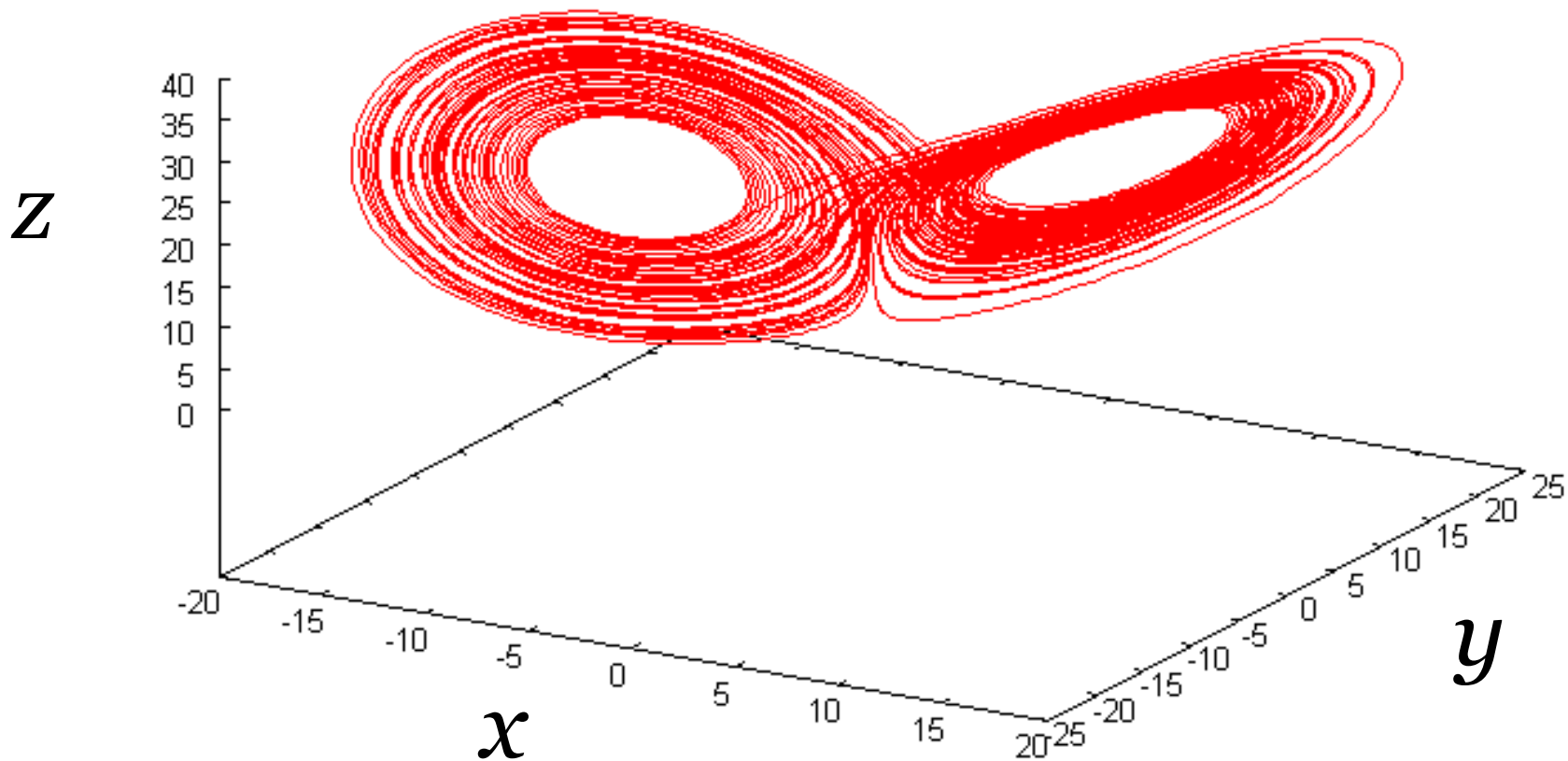
$$r = 24.17$$

$$b = \frac{8}{3}$$





相空間上では



(ストレンジアトラクター、ローレンツアトラクター)

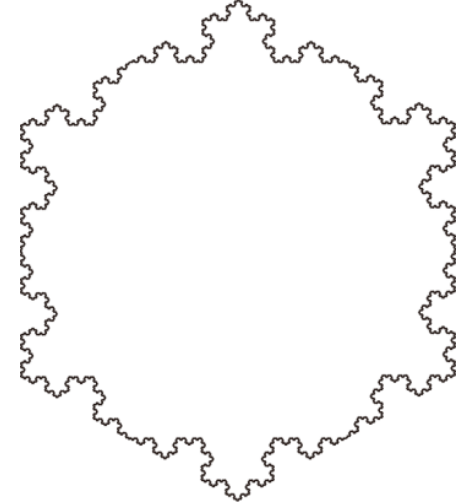
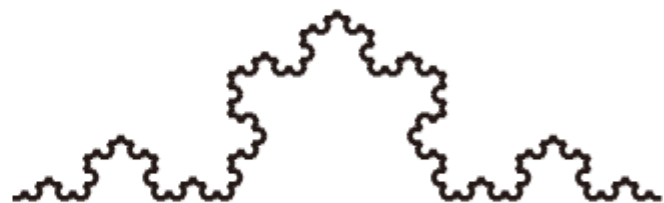
フラクタル

- ・ 自己相似な特徴を持つ図形

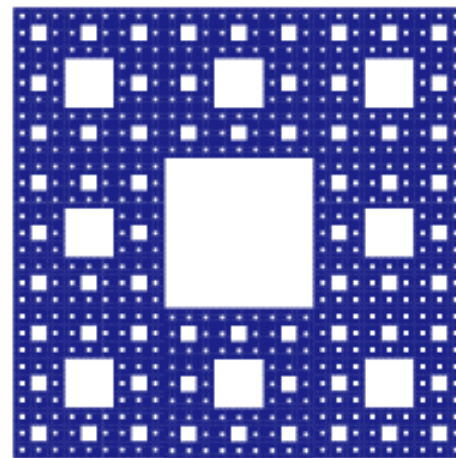
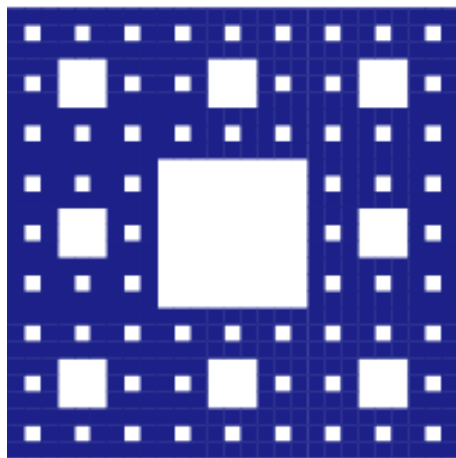
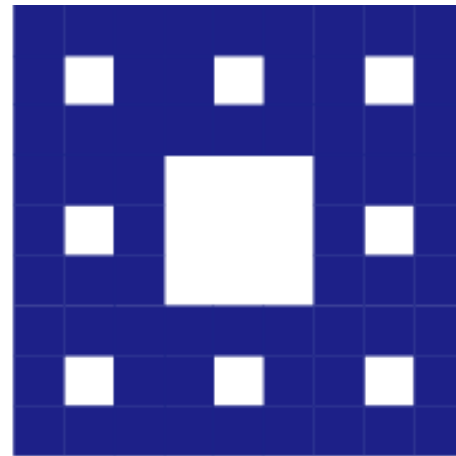
カントール集合 (Cantor set)



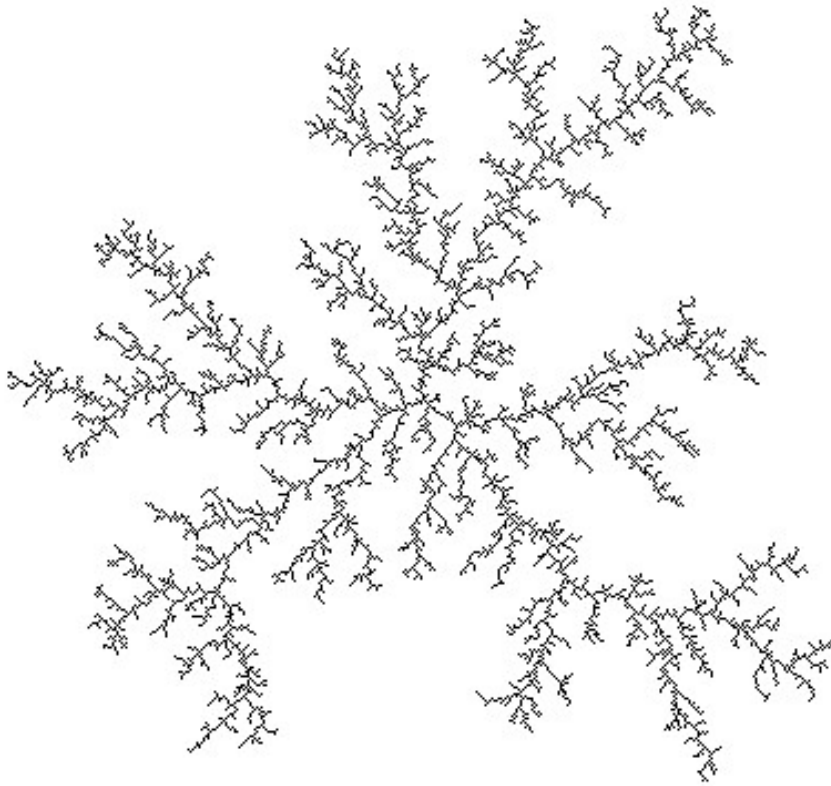
コッホ曲線 (Koch curve)



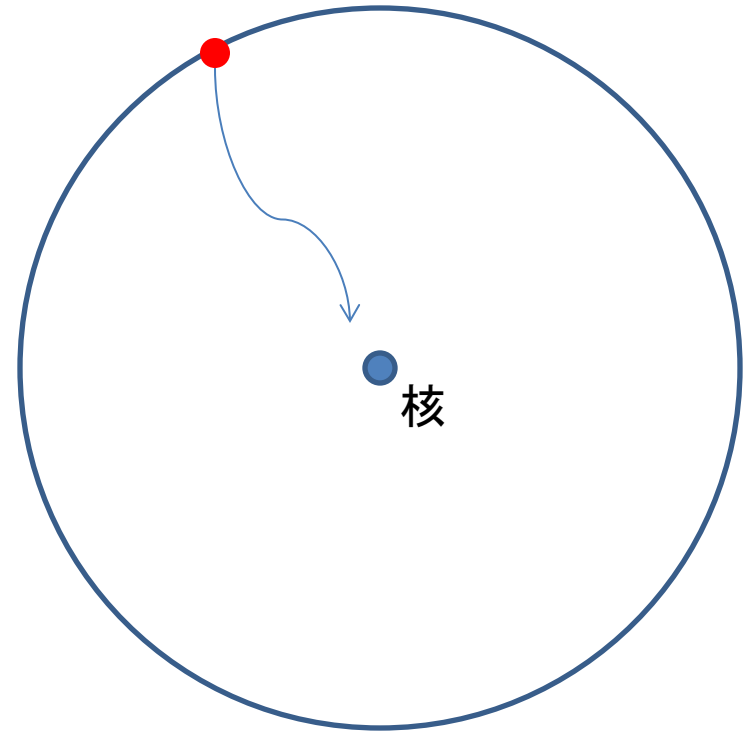
シェルピンスキーカーペット (Sierpinski carpet)



DLA(Diffusion Limited Aggregation: 拡散律速凝集)パターン



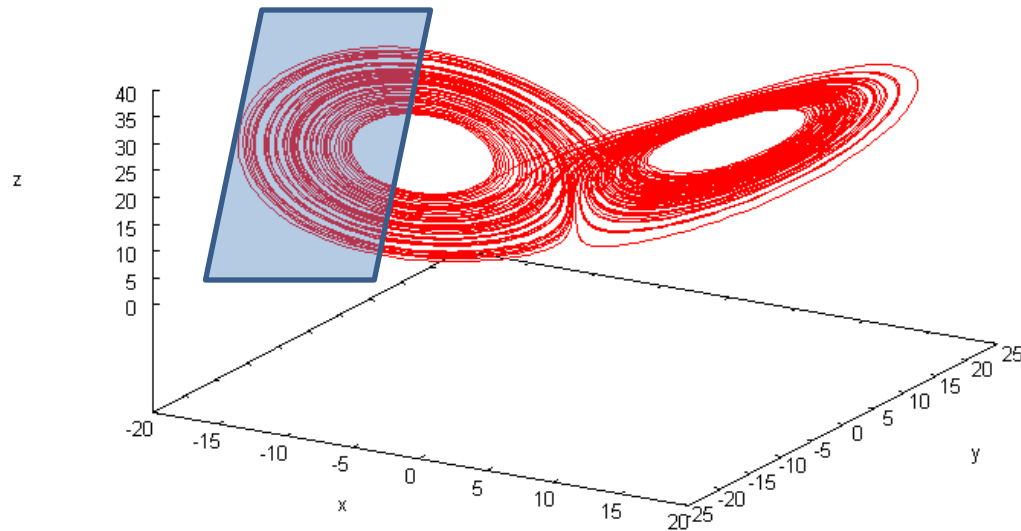
これもフラクタルであることが知られている
(統計的なフラクタル)



要素はBrown運動し、
核と接触したら固定される。

カオスとフラクタル

適当な面で切った断面：ポアンカレ断面



ポアンカレ断面で見るとカオスを示すときには断面がフラクタル的になっていると言われている。